

Bautechnik-Archiv

HEFT 5



Berlin 1949

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn

Bautechnik-Archiv

HEFT 5

INHALT:

Neue Erfahrungen auf dem Gebiete der Verfestigung und Abdichtung des Untergrundes.

Von Bergassessor a. D. Hans Jähde, Nordhausen a. H.

Die Gleichungen der Stau- und Senkungsweiten für rechteckigen und parabolischen Gerinnequerschnitt und ihre praktische Anwendung.

Von Prof. L. Rothmund, Stuttgart.

Ueber Zusammenhänge zwischen der technischen Balkenbiegungslehre und der Scheibentheorie.

Von Prof. Dr.-Ing. Günther Worch, München.

Mit 41 Textabbildungen.



Berlin 1949

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten

Nachdruck, auch auszugsweise, verboten

Printed in Germany

Druck: Oskar Zach oHG., Berlin-Wilmersdorf, Babelsberger Str. 40-41

Neue Erfahrungen auf dem Gebiete der Verfestigung und Abdichtung des Untergrundes.

Von Bergassessor a. D. Hans Jähde, Nordhausen a. H.

Bei der Untersuchung und Behandlung des Untergrundes von Wasserbauten sind in Deutschland beachtliche Erfahrungen gewonnen worden, über die hier berichtet werden soll.

Bohren im Fels:

Beim Abdichten des Untergrundes, z. B. einer Talsperre, übersteigen die Kosten für das Bohren diejenigen für das Verpressen meist erheblich. Die Bohrlochtiefen für Einpreßlöcher liegen bei Schleierbohrungen gewöhnlich zwischen 10 und 30 m, bei Heftbohrungen zwischen 6 und 20 m. Geringere Tiefen als die unteren Grenzen dieser Zahlen sind in den letzten 5 Jahren kaum noch üblich gewesen. Im Ausland — z. B. in Amerika, der Schweiz, Frankreich, also in den auf diesem Gebiet führenden Ländern — waren und sind auch heute noch die Bohrmaschinen der Bauart Crælius im Gebrauch; sie werden in Deutschland noch vielfach verwendet. Das drehende Bohrverfahren wird immer seinen Wert behalten und zwar dann, wenn es sich um die Gewinnung von Bohrkernen und außerdem um die Erreichung von Tiefen über 30 m handelt. Die Schürfbohrmaschinen sind verhältnismäßig bequem aufzustellen und zu bedienen und behaupten deshalb ihre Daseinsberechtigung auch in schwierigem Baugelände, z. B. an Talhängen, in Flüssen u. ä. — Der Kraftbedarf ist äußerst gering.

Als Bohrwerkzeug zur Gewinnung von Kernen hat sich in mildem bis mittelhartem Gebirge die Hartmetallstiftkronen bewährt, in hartem Gebirge die mit Hartmetall-Splittern beschweißte Zahnkronen, in sehr hartem Gebirge die Schrotkronen. Das Bohren mit Diamantkronen ist in den letzten Jahren wegen der Schwierigkeit der Beschaffung der Diamanten und der hohen Kosten immer seltener geworden. Am häufigsten wird das Schrotbohrverfahren angewandt; es ist am billigsten, verlangt jedoch Sachkenntnis und gewissenhafte Bedienung der Schroteinfüllvorrichtung. Die frühere Behauptung, daß es nur im kompakten, nicht klüftigen Fels anwendbar sei, ist durch die praktischen Erfahrungen widerlegt. Allerdings sind Vorsichtsmaßnahmen nötig; kleine Spalten lassen sich ohne weiteres überbohren, größere müssen zementiert werden.

Es lag nahe, die Schürfbohrmaschinen, die zur Gewinnung von Kernen unentbehrlich sind, auch für das Abbohren von Einpreßlöchern zu verwenden, einmal, weil den Untersuchungsbohrungen zeitlich meist die Einpreßbohrungen folgen, zweitens, weil man andere Bohrverfahren nicht kannte. Solange die Felsabdichtung in kleinen Grenzen blieb — nicht selten beschränkte man sich auf die Herstellung der Schleierlöcher, die zudem noch große Zwischenräume erhielten, und die Gesamtsumme der zu leistenden Bohrmeter überstieg kaum 2000 — brauchte man andere Bohrverfahren nicht in Erwägung zu ziehen. Immerhin war es bereits erforderlich, 3 bis 5 Schürfbohrmaschinen einzusetzen, um mit dem Baufortgang Schritt zu halten.

Man muß bedenken, daß bei einer Stundenleistung von 0,20 m und durchgehendem Betrieb mit 5 Maschinen nicht mehr als 24 m am Tage gebohrt werden können, bei Ausschaltung der Nacharbeit sogar nur 12 m; man braucht also für die oben angenommenen 2000 m Schleier- und Kernlöcher 83 oder 166 Arbeitstage. Mit den erhöhten Anforderungen an die Baugrundverdichtung stieg auch die Bohrmeterzahl erheblich; die Zwischenräume wurden kleiner, die Tiefen der Löcher größer, man erkannte, daß außer den Schleierlöchern die Heftlöcher wichtig sind, kurz, für eine größere Talsperre sind heutzutage 10 000 bis 100 000 Bohrmeter nichts Außergewöhnliches. Um diese mit Schürfbohrmaschinen abzu bohren, benötigt man Jahre oder den Einsatz der Vielzahl der Maschinen.

Durch die Erfindung des Schlagbohrverfahrens mit Hartmetall sind ganz neue Wege für die Untergrundabdichtung gewiesen worden. Die Versuche, Hartmetall außer zum drehenden auch zum schlagenden Bohren zu verwenden, liegen weit zurück. Erst nachdem es gelungen ist, Legierungen zu schaffen, die bei großer Härte auch genügende Zähigkeit haben, um das Aussplittern zu vermeiden, nachdem ferner die richtigen Lötverfahren, Bohrverbindungen mit dem Gestänge, zweckentsprechende Formen und Anordnungen der Hartmetallbestückung entwickelt worden sind, hat das schlagende Bohren mit Hartmetall schnelle und weite Verbreitung gefunden. Für die Einführung des neuen Bohrverfahrens bei Herstellung von Verpreßlöchern größerer Tiefe — von 10 bis 25 m — war auch die Entwicklung geeigneter Kupplungen der einzelnen Bohrstangen sowie einer wirkungsvollen Spülung mittels Wasser oder Luft, oder beider in Verbindung miteinander, von besonderer Bedeutung. Schließlich mußte auch die Bauweise des Bohrhammers, besonders der Durchmesser des Schlagkolbens, sowie Hubhöhe und Hubzahl, Spannung der Druckluft, also kurz die Wucht des Schlagkolbens, der Eigenschaft des Hartmetalls angepaßt werden. Die Bohrfirmen liefern heute ein Gerät, das allen Anforderungen der Praxis gerecht wird, und es ist ihr großes Verdienst, durch unermüdete und kostspielige Versuche der zahlreichen Schwierigkeiten Herr geworden zu sein.

Man beobachtet oft, daß eine Erfindung nach anfänglicher Ablehnung bald Modesache wird. So auch beim Bohren mit Hartmetall. Bei Gesteinsbohrungen sind allerdings seiner Wirtschaftlichkeit Grenzen gesetzt, Bohrungen im milden bis mittelharten Gestein werden z. B. billiger nach dem alten Verfahren hergestellt. Bei der Untergrundabdichtung aber hat das Schlagbohrverfahren mit Hartmetall tatsächlich überragende Bedeutung gewonnen. Die Gründe hierfür sind folgende:

Zweckmäßiger ist es, die Schichten stufenweise von oben nach unten durch Einpressen standfest zu machen. Die Wahl des richtigen Gerätes zum Niederbringen der Einpreßrohre ist nicht immer einfach. Zunächst ist zu berücksichtigen, daß die Verfestigungsmittel wie Zementmilch oder Chemikalien gleich durch das Bohrgestänge eingepreßt werden müssen, denn beim Ziehen des Gestänges würde das Bohrloch wieder zugehen. Außer diesem grundlegenden Unterschied gegenüber dem Bohren in standfestem Gebirge stellt die Art und Zusammensetzung rolliger nicht bindiger Böden an das Bohrwerkzeug und damit an das Bohrverfahren besonders unterschiedliche Anforderungen. Das schlagende Bohren scheidet fast ganz aus; die nicht standfesten Schichten legen sich an das Bohrgestänge an und verhindern das maschinelle Umsetzen. Besser geeignet ist das Einrammen oder Einspülen der Preßrohre, die mit gehärteten Stahlspitzen der verschiedensten Form und mit Oeffnungen für den Austritt des Spülwassers und Dichtungsmittels versehen werden. Häufig ist das Rammen jedem anderen Verfahren überlegen. Es geschieht von Hand oder maschinell. Das Rammen hat sich auch in Flußgeröll bewährt, in dem Findlinge eingebettet sind. Diese werden bei einem Durchmesser bis 30 cm mit schwerem Rammgestänge und geeigneter Stahlspitze durchschlagen. Ohne den Durchmesser absetzen zu müssen, gelingt es meist, 20—30 m tief zu kommen, was für Baugrund-Verbesserungen gewöhnlich vollauf genügt. Tonhaltige Feinsande, Flinz u. ä. Schichten lassen sich jedoch erfahrungsgemäß schwer durchrammen, was ja dem Baufachmann beim Einrammen von Spundwänden bekannt ist. Solche Schichten wirken wie Gummi, die Spitze dringt nicht ein. In diesen Schichten hat sich das drehende Bohren mit Wasserspülung gut bewährt, was im übrigen auch beim Durchörtern von Kies und grobem Geröll am Platze sein kann. Dagegen versagt das Drehbohrverfahren bei dem Durchbohren von größeren Findlingen aus hartem Fels, die im Kies sehr häufig eingebettet sind. Selbst wenn das Bohrwerkzeug anfaßt, bleibt der Erfolg meist aus, weil der Findling allmählich anfängt, sich mitzudrehen. In solchem Falle hilft nur: Festmachen der bisher durchörterten hangenden Schichten durch Verpressen, Aufbohren und Durchrammen oder schlagendes Durchbohren des Störenfrieds. Es ist überhaupt beim Arbeiten in Sedimentschichten häufig notwendig, das Verfahren zu wechseln; so unangenehm das sein mag, man kommt immer noch schneller und billiger zum Ziele, wenn man in jeder Schicht das richtige Verfahren anwendet. Liegen z. B. Kiese, Feinsande und Konglomerate in Wechsellagerung, so kann man die ersteren beiden Schichten drehend oder rammend durchfahren, die Konglomeratschicht dagegen schlagend mit Hartmetall. Um das Schlagbohrzeug anbringen zu können, muß jedoch zuvor verfestigt werden. Die Arbeitsstufe schreibt also in diesem Falle allein die geologische Schichtenfolge vor.

Aufbohren.

Unter „Aufbohren“ versteht man das Wiederaufbohren einer zementierten Tiefenstufe, nachdem der eingepreßte Zement eine gewisse Festigkeit erreicht hat. Es sollte frühestens 24 Stunden, spätestens 3×24 Stunden nach Beendigung des Preßvorganges vorgenommen werden. Das Aufbohren wird nur erforderlich, wenn stufenweise von oben nach unten zementiert wird. Die Anforderungen an das Bohrwerkzeug sind beim Aufbohren völlig andere als beim Bohren, denn der erhärtete, im Abbinden begriffene Zement stellt ein gleichmäßiges, mildes Gestein dar. Bei Verwendung des richtigen Gerätes beträgt die Bohrleistung deshalb auch das Mehrfache derjenigen beim Bohren im Fels. Beim Aufbohren hat sich nun das drehende Bohren dem schlagenden als überlegen gezeigt. Um die kostspielige Aufstellung von Schürfbohrmaschinen zu vermeiden, hat man erfolgreiche Versuche mit leistungsfähigen Handbohrmaschinen durchgeführt, die elektrisch oder mit Preßluft angetrieben werden.

Da in einem Loch abwechselnd gebohrt und aufgebohrt wird, ist der schnelle Auf- und Abbau des jeweils verwendeten Bohrgerätes wichtig. Auf reichliche Spülung mit Druckwasser ist bei dem großen Bohrfortschritt besonders zu achten; die Spülkanäle werden größer gewählt als beim Hammerbohren. Schließlich sind die Fangwerkzeuge diesen Erfordernissen anzupassen. An Bohrwerkzeugen zum Aufbohren haben sich mit Hartmetallplättchen bestückte sogenannte Spitzbohrer bewährt, wie sie in ähnlicher Form, nur mit kleinerem Durchmesser, im Kalibergbau üblich sind.

Die Verpreßarbeiten.

Bei den Verpreßarbeiten sind drei Aufgaben zu unterscheiden:

1. das Waschen des Gebirges,
2. die Wasserdurchlässigkeitsprüfungen,
3. das Einpressen der Dichtungsmittel.

Diese Arbeiten folgen zeitlich meist unmittelbar aufeinander, sie werden jedoch von verschiedenen Arbeitsgruppen ausgeführt und gewöhnlich auch in einem Pauschsatz verrechnet. Hierauf wird später noch näher eingegangen.

Dem Waschen des Gebirges, besser der Felsspalten, geht die Reinigung des Bohrlochs vom Bohrschmand voraus. Wie schon erwähnt, wird ausschließlich mit Spülung gebohrt. Die Praxis hat gezeigt, daß zumal bei der Hammerbohrung der Spülstrom nicht stark genug ist, um die Bohrsohle dauernd genügend frei zu halten. Es ist deshalb notwendig, nach Abbohren einer bestimmten Bohrlänge, z. B. nach 1 m, das Bohrgestänge zu ziehen und das Bohrloch durch ein besonderes Rohr oder einen Schlauch gründlich auszublasen und auszuspülen. Besonders vorteilhaft ist das Ausblasen mit Preßluft; es gelingt hiernit, Gesteinsbrocken von Walnußgröße bequem herauszubefördern. Um zu verhindern, daß die Nachbarschaft von der Schlammfontäne überschüttet wird, setzt man eine Fanghaube auf das Bohrloch. Diese laufende Spülung des Bohrlochs wird von der Bohrkolonne durchgeführt.

Ist nun die gewünschte Tiefenstufe erbohrt, so wird das Gebirge gewaschen. Der Zweck ist ein anderer als bei der Bohrspülung und besteht darin, die in den Rissen, Spalten und Hohlräumen des Gebirges abgesetzten Verwitterungsteile und Bohrmehle zu entfernen, um sie durch ein fest werdendes Dichtungsmittel zu ersetzen. Es sei vorausgeschickt, daß diese wichtige Arbeit oft noch nicht genügend Beachtung findet. Die Waschung ist Voraussetzung einer bleibenden, brauchbaren Untergrunddichtung. Denn wenn es nicht gelingt, die Verwitterungssedimente aus den Spalten herauszuspülen, so besteht die Wahrscheinlichkeit, daß der nagende Wassertropfen mit der Zeit die nicht vollständig mit Zement ausgefüllten Spalten wieder freispült und die ganze Bohr- und Verpreßarbeit wertlos macht.

Beim Waschen sind zwei Erfordernisse besonders zu beachten:

1. die gruppenweise Waschung einer Anzahl im Verband stehender Löcher,
2. die Verwendung von Druckwasser.

Würde man jedes Loch für sich bohren, waschen und verpressen, so dürfte ein großer Teil der mit dem Bohrloch aufgeschlossenen Kluftfüllung in Nachbarspalten verfrachtet werden, dort eine ungewollte, aber nicht dauernde Dichtung erzeugend. Der Sinn der Waschung aber ist es, die Lehm- und Schlammrückstände aus dem Fels heraus zu Tage zu fördern. Der kürzeste Weg hierzu ist das Nachbarloch. Man bohrt also eine Gruppe von 5 Löchern mit dem größten zunächst vorgesehenen (geschätzten) Zwischenraum bis zur ersten Tiefenstufe — angenommen der Zwischenraum sei 2,00 m, die Stufe 2,50 m — und spült wechselweise, beginnend mit dem Mittelloch; die Randlöcher bleiben zuerst offen, werden aber später bis auf eins geschlossen. Diese Maßnahme hat den Zweck, den sich anfangs verzweigenden Spülstrom auf ein Loch zusammenzufassen und dadurch zu verstärken. Es können auch mehrere Löcher gleichzeitig gespült werden. Bei richtiger und wirksamer Spülung wird der Preßdruck allmählich etwas absinken, umgekehrt wie beim Zementieren. Tritt in weiterer Entfernung von der Lochgruppe Schlammtrübe aus, so empfiehlt es sich, diese Gegend in die Gruppenwaschung einzubeziehen, die fehlenden Löcher also noch zu bohren und dann die Waschung nochmals durchzuführen. Daß die Waschung solange fortgesetzt wird, bis aus allen zu Tage gehenden Oeffnungen klares Wasser austritt, ist selbstverständlich.

Spülung und Waschung wird mit Druckwasser vorgenommen. In den Löchern herrscht also Ueberdruck. Es hat sich nun gezeigt, daß hiermit Nachteile verbunden sein können. Während man nämlich die groben Bohr- und Nachfallbrocken in der oben beschriebenen Weise mittels Druckluft und Druckwasser ohne besondere Schwierigkeiten herausbefördert, kann es vorkommen, daß der feine Bohrschmand in die Spalten dringt und diese verstopft; das geschieht häufig schon während des Bohrens, und zwar zunehmend mit der Tiefe des Bohrlochs.

Auf diese Erscheinung wurde man aufmerksam, als man beim Aufbohren einer zementierten Stufe im Bohrlöchertiefsten Bohrschmand im Zement antraf. Dieser konnte nur durch Austritt aus den Spalten ins Bohrloch entstanden sein, da die Ausspülung stets mit Druckluft und Druckwasser ordnungsgemäß durchgeführt worden war und zum Schluß völlig klares Wasser aus dem betreffenden Bohrloch trat.

Um diesen Nachteilen zu begegnen, wendet man die sogenannte mittelbare oder umgekehrte Spülung an. Sie besteht darin, daß das Spülwasser durch den Ringraum zwischen Spülrohr und Bohrlochwandung eingeleitet wird und im Spülrohr hochsteigt. Die Strömungsgeschwindigkeit im Spülrohr ist größer, die Reinigung des Loches und der angeschnittenen Spalten gründlicher. Die Wirkung wird noch verstärkt, wenn durch ein Nebenrohr Druckluft von unten her in das Spülrohr nach Art der Mammutpumpe geleitet wird und das Spülrohr an die Saugleitung einer Pumpe angeschlossen wird. Nimmehr entsteht im Loch ein Unterdruck; das in den Gebirgsspalten fließende Wasser wird zum Loch hingeleitet und reißt die abgesetzten Feinteilchen mit. Verfährt man obendrein so, daß die Saugspülung im Mittelloch Loch 1 der Abb. 2) angewendet wird, während die Löcher 2 bis 5 einzeln oder zusammen Druckspülung erhalten, dann ist eine sehr gründliche Auswaschung der Spalten, Risse und Hohlräume gewährleistet. Auch hierbei ist die wechselweise Druck- und Saugspülung in den verschiedenen Löchern der Gruppe erforderlich.

Die Wirksamkeit der Spülung ist ferner davon abhängig, daß stufenweise gearbeitet wird. Je spaltenreicher das Gebirge ist, desto kleiner werden die Stufen angeordnet. Der Wasserstrom sucht sich stets den Weg des geringsten Widerstandes; werden zuviel Spalten durch ein Bohrloch aufgeschlossen, dann bleibt die Spülwirkung auf die großen Spalten beschränkt, die kleinen werden nicht freigespült. Ja, es kann der Fall eintreten, daß nicht einmal sämtliche großen Spalten wirksam durchspült werden, wenn nämlich der Gesamtquerschnitt der Spalten denjenigen des Loches wesentlich übersteigt. Stufenweise muß also schon deshalb gearbeitet werden, damit eine sachgemäße Waschung des Gebirges erreicht wird.

Werden die Einpreßlöcher in einem Satz heruntergebohrt, dann ist das Spülen mit Doppelpacker zu empfehlen, um das Bohrloch künstlich in Stufen unterteilen zu können. In diesem Falle wird der Doppelpacker zuerst im Bohrlöchertiefsten angesetzt und dann stufenweise nach oben gezogen. Es ist einleuchtend, daß die Verwendung von Doppelpackern ein Bohrloch von genügend großem Querschnitt und nicht zu starken Ablenkungen voraussetzt. Was an Zeit und Kosten durch das in Fortfall kommende Aufbohren des Zementes erspart wird, geht durch das umständliche Arbeiten mit Doppelpacker größtenteils wieder verloren, abgesehen davon, daß die Kosten für das Bohren im Fels mit dem für den Packer erforderlichen größeren Durchmesser alle anderen Kosten überwiegen. Der in Abb. 3 gezeigte Doppelpacker wurde in Löchern von durchschnittlich 18 m Tiefe verwendet, die im Schlagbohrverfahren mit 50 mm $\varnothing$ gebohrt waren; wegen der großen Einbaulänge wurden Innenrohr und Außenrohr in 2 m-Längen gekuppelt.

Durchlässigkeitsprüfung.

Der Zweck der Verpressung des Untergrundes ist entweder die Verringerung seiner Durchlässigkeit oder die Erhöhung seiner Tragfähigkeit und Festigkeit. Je nach dem Zweck sind die Bodenuntersuchungen vor und während der Einpreßarbeiten verschieden.

Von jeher bedient man sich zur Untersuchung von Felsuntergrund der Kernbohrung. Sie gibt einwandfreien Aufschluß über die Art, Härte und Festigkeit des im Kern vorliegenden Gebirgsschnittes. Dagegen bekommt man über die Beschaffenheit des gesamten Gebirgsblocks nur sehr unsichere Werte durch die sogenannten Kernverluste. Im Gebirge mit großem Anteil nicht kernfähiger Schichten muß mit möglichst großem Kronendurchmesser gebohrt werden, zweckmäßig nicht unter 50 mm Kern. Da man meist das Gebirge nicht kennt, wird man vorsorglich die erste Kernbohrung mit großem Kronendurchmesser niederbringen. Die Bohrkosten steigen mit dem Durchmesser und der Tiefe des Bohrlochs.

Die Zeit liegt noch nicht weit zurück, in der man sich mit Kernbohrungen zur Untersuchung des Bodens begnügte. Inzwischen sind zahlreiche seismische und elektro-physikalische Verfahren entwickelt und in der Praxis angewandt worden, die das erwähnte Untersuchungsverfahren vorteilhaft ergänzen. Sie sind besonders wertvoll bei der Abtastung großer Gebiete und bei der Feststellung der Schichtenfolge über größere Mächtigkeit. Im allgemeinen bleiben die physikalischen Messungen jedoch auf die Voruntersuchungen beschränkt; sie entbinden jedenfalls nicht von der Notwendigkeit, durch Kernbohrungen und Wasserdurchlässigkeitsprüfungen im engeren Bereich den Untergrund des Bauwerks zu untersuchen [5].

Das Einpressen von Wasser in das Untersuchungsloch ist die einfachste und billigste Prüfung auf Durchlässigkeit des Baugrundes. Man geht praktisch so vor, daß das zur Kerngewinnung vorgesehene Bohrloch gleichzeitig auch zur Prüfung auf Wasserdurchlässigkeit benutzt wird. Aus diesem Grunde ist es nicht ratsam, Kernbohrungen zu Festpreisen durchzuführen. Hierunter müßte die Untersuchung der Schichten, die nicht durch den erbohrten Kern bestimmt werden können, notgedrungen leiden. Gewöhnlich liegen die Untersuchungskernbohrungen im Bereiche der Dichtungsbohrungen, z. B. in der Linie einer Dichtungsschürze. Um sie in diesem Falle später auch als Prüflöcher benutzen zu können, empfiehlt es sich, sie nicht zu zementieren, sondern mit Feinsand auszufüllen. Die Füllung verhindert das Eindringen von Zementschwebstoffen aus den Nachbarlöchern und gestattet andererseits eine schnelle und beliebig oft vorzunehmende Ausspülung des Prüflochs, um durch Zwischenmessungen den jeweiligen Erfolg der in der Nachbarschaft vorgenommenen Dichtungsmaßnahmen, die richtige Wahl der Lochzwischenräume und dergl. zu bestimmen. Dieses Verfahren sollte man auch in den Prüflöchern zweiter Ordnung anwenden. Hierunter versteht man Bohrlöcher, die von vornherein nicht zur Kerngewinnung herangezogen werden sollen, also mit kleinem Durchmesser und nach dem billigeren Verfahren der Zementierlöcher niedergebracht werden können. Sie sind immer zwischen den Einpreßlöchern, d. h. an den schwächsten Stellen der Einpreßzone, anzuordnen. Bei einer dreireihigen Dichtungsschürze ergibt sich also etwa die Anordnung der Abb. 2, in der die Zahlen die Reihenfolge der Bohrungen angeben. Die Kernbohrung 1 ist gleichzeitig Prüfloch für die Einpreßlöcher der Gruppe 1; die Bohrung 10 ist Prüfloch für die Einpreßlöcher der Gruppe 2 usw.

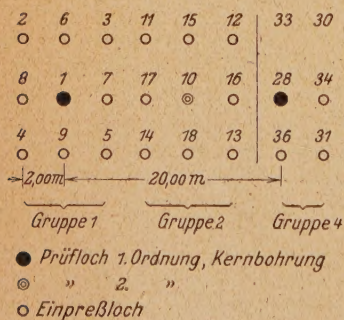


Abb. 2. Anordnung der Löcher.

Die Reihenfolge der Arbeiten würde sich wie folgt gestalten: Nachdem sämtliche vorgesehenen Kernbohrungen — im Beispiel mit 20 m Zwischenraum — niedergebracht, die laufenden Prüfungen in ihnen vorgenommen und die Löcher mit Feinsand gefüllt und verpflockt sind, werden die Einpreßlöcher 2, 3, 4 und 5 der Gruppe 1 stufenweise gebohrt und verpreßt. Die Zwischenräume richten sich nach dem Durchlässigkeitsergebnis der Prüflöcher 1. Ordnung; im Beispiel sind sie mit 4 m angenommen. Danach wird das Prüfloch Nr. 1 freigespült, zum zweiten Mal auf Durchlässigkeit geprüft und wieder mit Sand gefüllt. Hierauf werden, wenn erforderlich, die Einpreßlöcher 6, 7, 8 und 9 gebohrt und verpreßt und dann die dritte Durchlässigkeitsprüfung im Loch 1 vorgenommen. Ergibt sich jetzt noch ein zu großer Wasserverlust, so werden vorerst die Löcher der Gruppe 2 in Angriff genommen, aber nicht mit 4 m Anfangszwischenraum, sondern mit 3 m. Prüfloch zweiter Ordnung Nr. 10 wäre also in einer Entfernung von 5 m von Loch 1 anzusetzen. Die Verpressung und Prüfung geschieht wie bei der ersten Gruppe. Ist auch jetzt die Durchlässigkeit des Prüfloches Nr. 10 noch zu groß, dann werden in die Gruppe 1 Zwischen-

löcher — also mit 1 m Zwischenraum — gebohrt. Hätte man dies gleich getan, so wäre die Untersuchung, ob vielleicht der kleinste Zwischenraum von 1,50 m genügt, versäumt worden und man würde eine beachtliche Zahl von Löchern unnötig bohren und verpressen. Die Durchlässigkeitsprüfungen sollte man, wenn auch nicht in jeder Gruppe, so doch in jeder Zone abweichender Gebirgsbeschaffenheit durchführen, um die richtige Wahl der Zwischenräume zu bestätigen oder sie neu zu treffen. Die zusätzlichen Kosten für die Wasserdurchlässigkeits-Prüfungen sind unbedeutend, da besondere Löcher nicht gebohrt zu werden brauchen, vielmehr ein Zuviel an Einpreßlöchern erspart wird. Die Prüflöcher zweiter Ordnung werden verpreßt, sobald sie ihre Aufgabe als Prüflöcher erfüllt haben; diejenigen erster Ordnung läßt man zweckmäßig als Pegellöcher oder für andere Beobachtungen solange wie möglich offen. Die Wasserprüfungen dienen auch dem Zweck, festzustellen, ob die Zementierlöcher genügend tief sind. Im allgemeinen ist zwar die Tiefe einer Dichtungsschürze durch die hydrostatischen Verhältnisse bedingt, in besonders ungünstigen Bauabschnitten ist es jedoch vorteilhaft, die Einpreßlöcher je nach dem Wasserverlust der tiefsten

Normalzone noch um einige Meter zu vertiefen. Die Wasserprüfung wird dann vor der Zementierung der letzten Normalstufe vorgenommen; ergibt sich ein Wasserverlust, der das normale Grenzmaß übersteigt, z. B. für 1 m 1 l/min, so wird sofort um 3 bis 5 m vertieft und dann die gesamte Stufe in einem Arbeitsgang verpreßt. Derartige Prüfungen können in jedem Verpreßloch ausgeführt werden. Ueberhaupt ist die Ermittlung der Stufenabmessungen genau so zweckmäßig wie die der Zwischenräume. Zeigt z. B. das Gebirge zwischen 4 und 7 m eine besonders undichte Schicht, so legt man die erste Stufe über diese Zone, etwa bei 3 m, um die undichte Schicht schon mit verdichteter Decke, also mit höherem Druck, verpressen zu können.

Nicht selten wird die Wasserdurchlässigkeitsprüfung in dem Einpreßloch selbst vorgenommen; man prüft, verpreßt, bohrt den Zement auf und prüft wieder und so fort in jeder Stufe. Dieses Verfahren widerspricht der Forderung, die Prüfungen an der schwächsten Stelle des Verpreßraumes vorzunehmen, nämlich im Inneren einer Gruppe von Verpreßlöchern. Das verpreßte Loch selbst aber stellt die stärkste Stelle dar; die Prüfungen ergeben hier ein zu günstiges Bild. Auf jeden Fall darf das Grenzmaß der zulässigen Durchlässigkeit für die Prüflöcher erster und zweiter Ordnung nicht dem für die Prüflöcher dritter Ordnung gleichgesetzt werden. Die Vornahme der Druckwasserprüfung in einem normalen Einpreßloch hat jedoch den Vorteil, daß schnell festgestellt werden kann, ob die betreffende Tiefenstufe verpreßt werden muß. Bleibt der Wasserverlust unter dem Grenzmaß von z. B. 0,1 l/min für 1 m, so wird, ohne vorher zu verpressen, gleich tiefer gebohrt. Man spart auf diese Weise eine Verpreß- und „Aufbohr“-Arbeit.

Prüfgeräte.

Es liegt nahe, die Durchlässigkeitsversuche mit Hilfe der Zementierpumpe vorzunehmen. Dies bringt, wie sich gezeigt hat, gewisse Nachteile mit sich. Einmal ist es schwierig, den an sich niedrigen Druck — man wählt gewöhnlich 4—5 atü — mit einer Preßpumpe, die bis mindestens 25 atü drücken soll, gleichmäßig zu halten; dies aber ist erforderlich, um vergleichbare Ergebnisse zu erzielen. Ferner arbeiten die meisten Preßpumpen stoßweise, selbst bei Einschaltung eines Windkessels. Schließlich beeinflussen die unvermeidlichen Undichtigkeiten der Stopfbüchsen den Wert der Messungen.

Diese Nachteile vermeidet das Prüfgerät (DRGM angem.) der Abb. 3. Es hat sich in der Praxis vielfach bewährt. Das Gerät besteht aus einem Druckwasserkessel mit Wasserstandsanzeiger, dem Füllstutzen für Wasser, dem Auslaufstutzen für Wasser mit Druckmesser und Meßuhr sowie dem Stutzen für Preßluftzuführung mit Druckminderventil, an dem der vorgeschriebene Prüfdruck eingestellt wird. Das Gerät ist leicht zu bewegen und wird neben dem Prüfloch aufgestellt. Beim Wasserdurchgang fällt der Druck am Austrittsstutzen; beide Drücke, sowohl der im Kessel selbst als auch der Austritt, werden aufgezeichnet. Vor der Messung läßt man das Wasser eine Zeitlang laufen; die Messung selbst erstreckt sich auf 3 Minuten. Im Prüfloch sind folgende Daten festzustellen: Loch-Nr., Packerstand, Lochtiefe, Bohrlochprüflänge in m, Wasserverlust in l/min für 1 m, Uhrzeit von ... bis ..., Dauer- in Minuten, Gesamtdurchfluß, Druck in Prüfkessel, Druck am Austrittsstutzen, Gesamte Prüfdauer in Betriebsstunden.

Der Verbindungsschlauch zwischen Gerät und Bohrloch wird entweder am Standrohr oder am Packer angeschlossen. Die Verwendung des Packers gestattet die Abtastung des Bohrlochs in jeder gewünschten Abstufung. Eine noch weitergehende Unterteilung des Bohrlochs ermöglicht der in Bild 3 gezeigte Doppelpacker; er besteht aus zwei zusammendrückbaren Gummimuffen, zwischen denen sich ein gelochtes Rohrstück von etwa 1 m Länge befindet. Während der einfache Packer unten offen ist, tritt beim Doppelpacker das Wasser aus dem gelochten Rohrstück zwischen den Gummipolstern aus. Der Einbau des Doppelpackers macht in engen Bohrlochern und größerer Tiefe Schwierigkeiten, da bei der Bemessung der Lichtweite des inneren Rohres und des äußeren Druckübertragungsrohres auf die Kupplungsmöglichkeit Rücksicht genommen werden muß. Packer, die nicht gekuppelt werden können, sind unhandlich. Mit Hilfe des Doppelpackers kann die Tiefenlage von Klüften ziemlich genau bestimmt werden, wie sich aus der der Praxis entnommenen Tafel — Abb. 4 — ersehen läßt. An Löchern, die Wasser schütten, wird die Wassermessung in einfacher Weise nach der in Abb. 5 abgebildeten Anordnung ausgeführt. Der Minderdruckmesser wird bei geschlossenem Abflaßhahn abgelesen; bei Verwendung eines Packers an Stelle des Standrohres muß darauf geachtet werden, daß der Auslauf bei jeder Vergleichsmessung in der gleichen Höhe über der Felsoberfläche liegt.

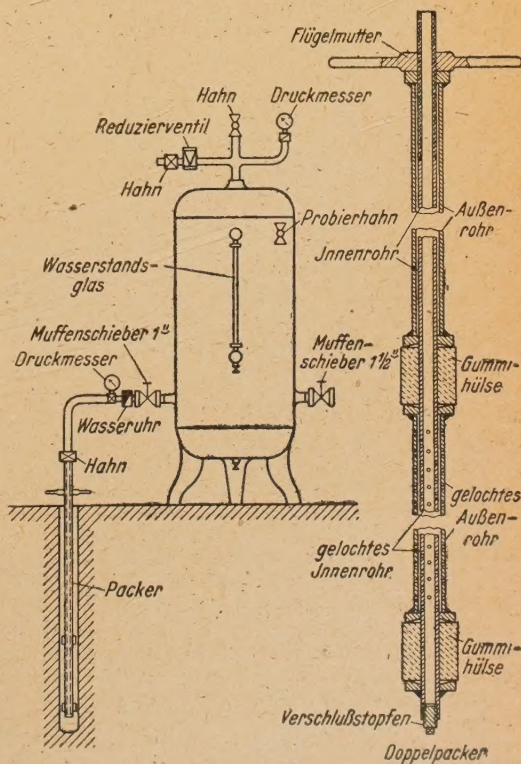


Abb. 3. Prüfgerät für Wasserdurchlässigkeitsmessungen und Doppelpacker.

Packer- stand m Tiefe	Uhrzeit	Sek.	Wasseruhr	Wasser- verlust insgesamt	Druck: atü vor während der Prüfung
11,00-10,00	8 ³⁵		S 102		
	37	120	139	32	
	39	120	164	30	
	40	60	179	15	
		300		77	3,9 3,4
10,00-9,00	8 ⁴⁵		S 186		
	47	120	187	1	
	49	120	189	2	
	50	60	189	—	
		300		3	3,9 3,9
9,00-8,00	9 ⁰⁰		S 201		
	02	120	201	—	
	04	120	201	—	
	05	60	201	—	
		300		0	3,9 3,9
8,00-7,00	9 ¹⁵		S 280		
	17	120	331	51	
	19	120	382	51	
	20	60	407	25	
		300		127	3,9 2,9
7,00-6,00	9 ²⁶		S 409		
	28	120	411	2	
	30	120	413	2	
	31	60	414	1	
		300		3	3,9 3,5

Abb. 4. Durchlässigkeitsprüfungen in einem Einpreßloch.

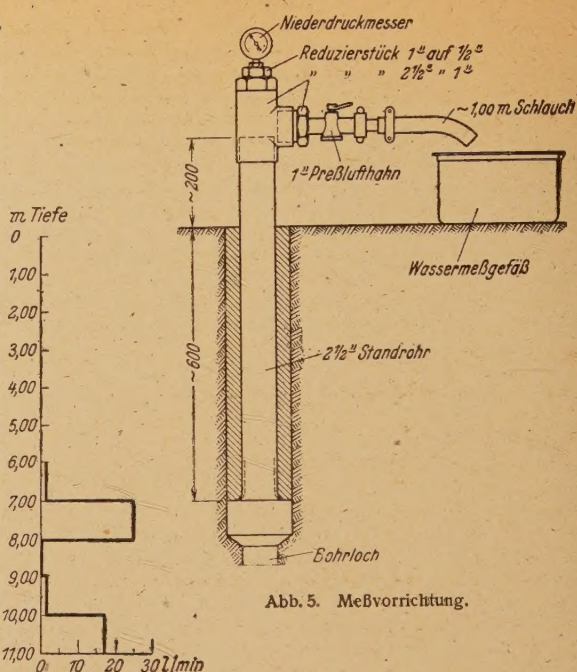
Technik des Einpressens.

Nachdem die Bohrlöcher in der beschriebenen Weise vorbehandelt sind, folgt die Einpressung der Dichtungs- oder Verfestigungsmittel [5 a]. Als Beförderungsmittel dient fast ausschließlich Wasser, und zwar sowohl bei dem Zementiervfahren wie auch bei chemischen Verfahren. Jede Einpressung muß unter Druck vorgenommen werden, damit die Bodenreibung überwunden und eine möglichst große Reichweite erzielt wird. Infolge der Bodenreibung entsteht Druckabfall und Sinken der Strömungsgeschwindigkeit. Unterschreitet letztere einen bestimmten Wert, so setzen sich die Feststoffe des Dichtungsmittels ab; von dieser Grenzzone ab füllen sie die Hohlräume fortschreitend nach dem Einpreßblock, bis sie dieses selbst zusetzen; hiermit ist die Einpressung beendet. Der Einpreßdruck muß also während der Einpressung gesteigert werden, und zwar so weit, bis der Boden das Dichtungsmittel ablehnt, ohne daß jedoch im allgemeinen eine Gefügeänderung des Bodens eintritt. Das Einpressen verfolgt das entgegengesetzte Ziel der Waschung. Während bei einer erfolgreich ausgeführten Waschung der Einpreßdruck sinkt, steigt er beim Einpressen der Dichtungsmittel.

Der Preßdruck hat aber nicht nur den Zweck, den inneren Reibungswiderstand im Boden zu überwinden, sondern auch den, das Beförderungsmittel „Wasser“ zu entfernen, so daß die Feststoffe sich absetzen. Man muß auf den Enddruck oder Sättigungsdruck beim Einpreßvorgang besonders achten, denn er ist das Kennzeichen für eine gelungene Einpressung. Die Drucklinie soll bis zuletzt ansteigen; gleichbleibender Druck beweist, selbst wenn er sehr hoch ist, daß die Sättigung nicht erreicht wurde. Die Einpreßmenge geht mit wachsendem Druck zurück.

Es ist einleuchtend, daß die Druckkessel-Einpressung diesen Forderungen nicht gerecht wird; abgesehen davon, daß der zu erzielende absolute Preßdruck von 7 bis höchstens 10 atü meist zu gering ist, um die Bodenreibung zu überwinden, ist eine allmähliche Drucksteigerung bis zum Sättigungsdruck mit diesem Gerät nicht möglich. Dagegen zeitigt die mit Preßluft angetriebene Kolben- oder Membranpumpe [6] gute Dichtungsergebnisse, da sie gestattet, den Einpreßdruck bei Abnahme der Durchflußmenge noch zu steigern, und zwar so weit, bis praktisch keine Aufnahme mehr erreichbar ist.

Der Sättigungsdruck wird — gleichartige Böden vorausgesetzt — bei den Dichtungsmitteln auf verschiedene Weise erreicht; bei einer beständigen Emulsion z. B. durch die Erhöhung der Zähigkeit (Viskosität), bei Zementmilch durch Ablagern der Festteile mit fallender Strömungsgeschwindigkeit, beim chemischen Verfestigungsverfahren nach Joosten durch Einpressen der zweiten Lösung, wodurch ein Kieselsäure-Gel ausgefällt wird, das den weiteren Durchgang verhindert. Hieraus ergeben sich bedeutsame Unterschiede in der Verarbeitung der Dichtungsmittel. So wird man beim Joosten-Verfahren, ehe die fallende Salzlösung nachgepreßt wird, immer nur eine bestimmte Menge der Lösung I einpressen, die nicht durch die Beschaffenheit und den Hohlraumgehalt des Bodens beeinflusst wird, sondern durch den Wirkungsbereich des sich schlagartig bildenden Gels, Dekantierbare Suspensionen, d. h. Aufschwemmungen, deren feste Teile sich in Ruhelage absetzen, wie z. B. Zementmilch, preßt man solange ein, bis die Strömungsgeschwindigkeit so weit gesunken ist, daß sich die



Zementkörnchen abzulagern beginnen. Tritt dieser Vorgang nicht in einer Zeit ein, die man ungefähr berechnen kann, so muß der Sättigungsdruck durch Heraussetzen der Zement-Wasserzahl oder durch Zusätze künstlich erzeugt werden. Tritt der Sättigungsdruck ein, bevor die Zementsuspension zu Gunsten des Zementanteils geändert werden konnte, kann es zweckmäßig sein, die Einpressung nach 24 Stunden zu wiederholen. Beim stufenweisen Verpressen von oben nach unten geschieht diese Nachpressung selbsttätig, weil die oberen Stufen immer wieder mitzementiert werden. Wichtig ist, daß man den Enddruck eine Zeitlang aufrecht erhält; dies kommt vor allem dann in Frage, wenn der häufig vom Bauherrn bestimmte Höchstdruck niedrig gehalten wird, z. B. bei 15 at. Die vom Boden her auf das verpreßte Bohrloch zurückwirkenden Kräfte überwiegen nämlich nicht selten die Verdichtung des Zementpfropfens, drücken ihn zurück oder spülen ihn aus. In den tieferen Zonen solcher Löcher beobachtet man nach dem Wiederaufbohren Verwitterungsteile aus den Spalten des Gebirges, und zwar auch dann, wenn eine sachgemäße und gründliche Ausspülung vor der Verpressung vorgenommen wurde. Eine Festlegung des Höchstdruckes ist nicht ratsam, wenn man die Eigenart des Gebirges nicht kennt; jedenfalls sollte er nicht unter dem Sättigungsdruck liegen.

Stufen-Verpressung.

In Fels mit steil zu Tage tretenden Spalten oder in sehr groben Lockergesteinen ist es schwer, den Sättigungsdruck zu erzielen. Das Dichtungsmittel bricht nach oben aus, und zwar auch dann, wenn man eine verhältnismäßig große „Verdämmung“, also tiefe Löcher, hat; deshalb ist es zweckmäßig, stufenweise zu bohren und zu verpressen. Man schafft sich so eine natürliche Decke, die das sofortige Ausbrechen der zweiten Stufenverpressung verhindert und das Verpreßgut zwingt, sich in den Spalten weiter auszubreiten. In der zweiten Stufe erzielt man bereits einen erheblich höheren Sättigungsdruck, der sich in den folgenden Stufen noch steigern läßt. Bei diesem Verfahren ist aber zu berücksichtigen, daß die erste Stufe fast immer unvollkommen gedichtet wurde, woraus sich die Notwendigkeit ergibt, nach Aufbringen des untersten Bauwerkteils eine nochmalige Verpressung der ersten Gebirgsstufe, nunmehr mit „künstlicher“ Decke, vorzunehmen. Zu diesem Zweck bohrt man durch den aufgetragenen Beton, dessen Höhe möglichst zwischen 3 und 5 m zu wählen ist, durch und noch in das Gebirge hinein. Auch hierbei empfiehlt es sich, zwei Stufen zu wählen, und zwar die erste 0,25 bis 0,50 m im Gebirge, die zweite etwas tiefer als die frühere erste Gebirgsstufe. Die Verpressung der ersten Gebirgsstufe wird mit äußerster Vorsicht vorgenommen und dient dazu, die aufgetragene künstliche Decke mit dem Gebirge zu veröhnen, während die Verpressung der zweiten Stufe die Dichtung und Verfestigung der anfangs ungenügend behandelten obersten Stufe des Gebirges vervollständigt. Zur wirksamen Dichtung von Lockergesteinen kann die Aufbringung einer „verlorenen“ künstlichen Decke erforderlich werden.

Einpreßfähigkeit.

Jede Bodenart hat für ein bestimmtes Einpreßgut eine untere Grenze der Einpreßfähigkeit. Sie liegt für Zementsuspension etwa zwischen Feinkies (2—5 mm Korngröße und Grobsand (1—2 mm Korn). Die Durchlässigkeitsziffer derartiger Böden ist größer als $k = 100 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$. — Bemerkenswert ist, daß der Dispersionsgrad der Zementmilch das Grenzmaß nicht wesentlich beeinflusst, d. h. Sande, deren Korngröße unter 1 mm liegt, lassen sich mit noch so dünner Zementmilch nicht verpressen; der Sättigungsdruck wird sich sehr schnell einstellen.

Bitumenemulsion (Shellperm-Verfahren) kann noch in Feinsand (0,1 bis 0,2 mm Korn) eingepreßt werden, da das emulgierte Bitumen in äußerst feine Teilchen von etwa 1 bis 2 μ Größe verteilt ist.

Ungefähr dieselbe Einpreßfähigkeit hat die bei dem verbesserten Joosten-Verfahren (DRP. T 49 058) verwendete Chemikal I-Lösung, bei der die an sich hohe Zähflüssigkeit (Viskosität) der handelsüblichen Ware erheblich herabgesetzt wird.

Sehr feine Sande (Korngröße unter 0,1 mm) haben bereits so geringe Durchlässigkeit ($K = 10^{-4}$), daß eine Dichtung im allgemeinen nicht erforderlich wird.

Die Dichtungswirkung in einem Sand von $k = 10 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$ ist bei den erwähnten chemischen Verfahren $k = 0,1$ bis $0,01 : 10^{-4} \text{ cm/s}$. Da Sande und Kiese in der Natur fast immer in gemischten Korngrößenanteilen vorkommen, ist es notwendig, die Einpreßfähigkeit der verschiedenen Dichtungsmittel vorher festzustellen. Die Prüfung im Laboratorium setzt die ungestörte Entnahme der Bodenproben voraus. Aufschlußreicher und den praktischen Verhältnissen besser angepaßt sind Untersuchungen auf der Baustelle. Die Einpreßmöglichkeit wird in Tiefenstufen von etwa 1 m festgestellt.

Eine durch die Größe der Hohlräume bestimmte obere Grenze der Einpreßfähigkeit kann nicht so genau festgelegt werden wie die untere Grenze. Es gilt aber folgender Grundsatz: Technisch und wirtschaftlich falsch ist die Verwendung eines Einpreßgutes in einem Boden, der auch mit einem gröberen Mittel verfestigt oder gedichtet werden kann. Ein Hohlraum, der mit Beton plombiert werden könnte, soll nicht mit Mörtel gefüllt werden; eine starke Kluft, die mit Mörtel verpreßt werden kann, ist nicht zu zementieren, und ein zementierbare Grobkieschicht soll man nicht nach einem chemischen Verfahren verfestigen.

So einleuchtend diese Regeln sind, so häufig wird gegen sie verstoßen. Sie sind auch hinsichtlich der Reihenfolge der Anwendung zu beachten. Im allgemeinen hat man es ja nicht nur mit einer Größenordnung von Klüften oder Hohlräumen zu tun, sondern mit einer Vielzahl wechselnder und verzweigter großer und kleiner Spalten. Von Ausnahmefällen unter besonders schwierigen Verhältnissen abgesehen, werden im allgemeinen zuerst die großen Spalten mit dem groben Mittel behandelt, danach folgt die Feinarbeit mit den chemischen Stoffen. Umgekehrt würde man eine teure und auf die Dauer nicht haltbare Abdichtung erzielen. Bekanntlich beruht die

verfestigende und abdichtende Wirkung bei den auf der Grundlage „Kieselsäure“ aufgebauten Verfahren auf der großen Oberflächenspannung des Kieselsäuregels; diese kann aber nur dann voll zur Wirkung kommen, wenn die zu verbindenden Bodenteile schon dicht aneinander liegen. Preßt man nun die Chemikalien in ein Gebirge, das diese Voraussetzungen nicht besitzt, so füllt man die Hohlräume zwar mit Gel an, erzielt aber wie der Tischler, der den Leim zu dick aufträgt, keine gute und bleibende Verkittung, versperrt vielmehr der in diesem Fall besser geeigneten Zementsuspension den Weg. Es gibt freilich auch Verfahren, die mit einer chemischen Vorbehandlung des Gesteins arbeiten, damit dieses für die Aufnahme des Zementes besser geeignet wird, vergl. S. 19.

Aus dem Gesagten erhellt, daß es außerordentlich wichtig ist, sich vor der Wahl eines Verfahrens ein genaues Bild von der Beschaffenheit des Gebirges zu verschaffen.

Dichtungsmittel.

Das für Abdichtungs- und Verfestigungsarbeiten verwendbare grösste Gemisch ist der Mörtel. Um ihn als Verpreßgut geeignet zu machen, muß der Wasserzusatz selbstverständlich größer sein also sonst üblich. Dies hat eine Herabsetzung der Druckfestigkeit zur Folge.

Mit geeigneten Pumpen kann Mörtel gepumpt werden, auch gegen Wasserdruk von 15 atü und darüber. Die Verpressung, besonders auf längere Strecken, ist jedoch schwierig, weil das pumpfähige Zement-Sand-Wassergemisch sehr stark zum Absetzen neigt. Aus diesem Grunde wird die Verarbeitung von Mörtel häufig abgelehnt. Hier sei zunächst auf das sogenannte Kontraktorverfahren hingewiesen, dessen Wesen darin besteht, das Gut in nicht unterbrochenem Strom an die Verwendungsstelle unter Wasser zu bringen, ohne daß es mit dem Gebirgswasser in Berührung kommt. Das Ende der Leitung muß immer von der austretenden Beton- oder Mörtelmischung umschlossen bleiben; der freie Fall durchs Wasser darf nicht eintreten. Die Voraussetzung für diese beim Betonieren unter Wasser bewährte Methode ist bei den hier besprochenen Dichtungsarbeiten jedoch selten gegeben.

Nun besteht aber die Möglichkeit, den pumpfähigen Mörtel soweit zu stabilisieren, daß eine Entmischung praktisch vermieden wird. Schon geringe Zusätze eines geeigneten Stabilisators verändern die für die Verpressung maßgeblichen Eigenschaften des Mörtels erheblich; die Absetzgeschwindigkeit und das Ausbreitmaß werden verkleinert, das Eigenwasser wird adsorbiert gehalten, die Verdünnung durch Fremdwasser erschwert. Die Masse bleibt in sich mehr geschlossen, sie scheint wasserärmer geworden zu sein. Abb. 6.

Die vorbehandelte Mörtelmischung zeigt die Eigenschaften der Tixotropie, d. h. sie erstarrt im Ruhezustande zu einem Gel und wird bei Bewegung wieder flüssig. Die Umwandlung kann beliebig oft wiederholt werden. Diese merkwürdige Eigenschaft zeigen z. B. auch die Schwimm- oder Fließsande.

Der Grund für diese Erscheinung ist darin zu suchen, daß die Viskosität

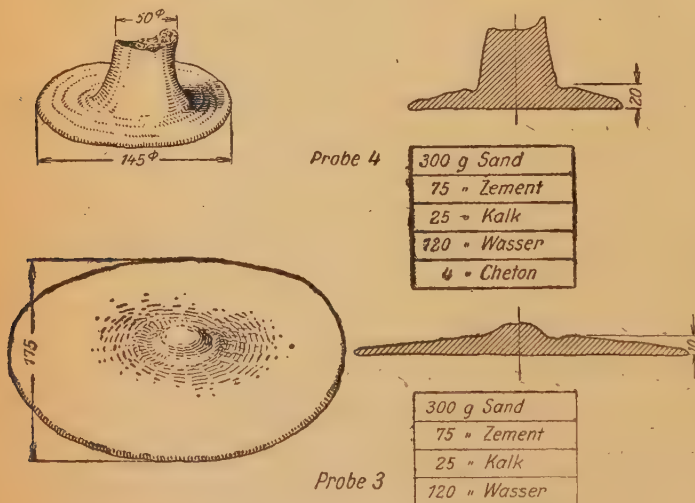


Abb. 6. Ausbreitmaß pumpfähigen Mörtels.

(Zähigkeit) bei Zement-Wasser-Suspension mit Stabilisationszusatz veränderlich ist, wie z. B. bei Wasser oder Solen mit geringer Konzentration, und zwar mit abnehmender Schubspannung zunimmt. Hört man auf zu pumpen, so läßt die Fließfähigkeit nach. Für die Bestimmung des Grades der Tixotropie ist, wie aus dieser Erklärung verständlich wird, ein Trichter-Viskosimeter nicht geeignet. Vielmehr mißt man in Reagenzgläsern von gleicher Weite die Zeit, die man warten muß, damit die stabilisierte Suspension nach dem Umrühren so weit erstarrt ist, daß sie aus dem umgekehrten Reagenzglas nicht mehr ausfließt [7].

Für die Verpressungstechnik ist es wichtig zu wissen, daß es grobdisperse Suspensionen gibt, die sich im Strom der von der Pumpe erzeugten Spannung wie Flüssigkeiten mit verhältnismäßig geringer Zähigkeit verhalten, bei unterbrochenem Spülstrom dagegen zu einer Masse erstarren, in der keine Sedimentation stattfindet. — Solche Gemische haben auch eine bessere „Stopf“-Eigenschaft als nicht-tixotrope Suspensionen. Die Zementarten verhalten sich in dieser Hinsicht übrigens auffällig verschieden, auch ohne jeden Zusatz von tixotropen Stoffen. Man darf annehmen, daß diese Erscheinungen ihre Ursache in dem Gehalt an quellfähigen Tonen haben; aber auch Mahlfenheit und Gestalt der Zementteilchen dürften nicht ohne Einfluß sein. Nach Untersuchungen im Laboratorium des Vereins deutscher Portland-Zement-Fabriken ergeben 8 verschiedene Portland-

Zemente folgende Sedimentvolumina, wobei das Ergebnis des Zementes mit kleinstem Volumen = 1 gesetzt wurde:

Alsen	..	= 1
Thyssen, hochwertig	..	= 1,3
Solvay	..	= 1,5
Thyssen, normal	..	= 1,6
Norddeutsche, Misburg	..	= 1,7
Thyssen, Novo	..	= 1,9
Teutonia, Misburg	..	= 1,9
Kirchdorf	..	= 2,1

Bei Zusatz eines Stabilisators werden die Unterschiede der Zementarten weitgehend ausgeglichen.

Für die Pumpfähigkeit von Mörtel ist neben der Art des Bindemittels vor allem auch maßgebend die Kornzusammensetzung des Sandes. Ein erhöhter Anteil an Feinsand verbessert die Pumpfähigkeit und verringert die Neigung zum Absetzen. So konnte z. B. ein Sand mit der Körnung

von 2,00—1,02 mm	..	= 0 %
unter 1,02—0,75 mm	..	= 0,3 %
unter 0,75—0,54 mm	..	= 12,5 %
unter 0,54—0,35 mm	..	= 20,5 %
unter 0,35—0,20 mm	..	= 32,7 %
unter 0,20 mm	..	= 34,0 %
		100,0 %

noch ohne Schwierigkeit verpreßt werden, ein Sand mit einer Körnung

von 2,00—1,02 mm	..	= 39,5 %
unter 1,02—0,75 mm	..	= 16,0 %
unter 0,75—0,54 mm	..	= 17,0 %
unter 0,54—0,35 mm	..	= 19,8 %
unter 0,35—0,20 mm	..	= 5,2 %
unter 0,20 mm	..	= 2,5 %
		100,0 %

jedoch nur nach Zusatz eines Stabilisators. Die Mischungsverhältnisse waren hierbei

Zement : Sand	= 1 : 2,8
Feststoff : Wasser	= 1 : 0,6
Stabilisator	= 2 Gew. % v. Feststoff.

Als Magerungsmittel kommen ferner Stoffe in Frage, deren Mahlung und Dichte denen des Zementes entsprechen, z. B. Traß, Thurament oder gewisse Steinmehle. Das Einpressen gegen Wasserdruck macht keine Schwierigkeiten; Voraussetzung ist, daß die Preßpumpen genügend Druck entwickeln, um den hydrostatischen Druck und den Reibungsdruck zu überwinden. Das ist z. B. wichtig bei Dichtungsarbeiten in Bergwerkschächten oder Laugedämmen unter Tage bei großer Teufe, wo hydrostatische Drücke von 50 atü und mehr nicht selten sind.

Schwieriger gestalten sich die Arbeiten in wasser- und laugedurchströmten Klüften oder Hohlräumen in Lockergesteinen, wenn die Dichtungsmittel von durchfließenden starken Strömungen fortgetragen werden. Bei nicht sachgemäßer Arbeit können hier ungeheure Mengen von Dichtungstoffen verbraucht werden, ohne daß eine Dichtungswirkung erzielt wird oder im Verhältnis zu den aufgewendeten Kosten steht. In besonders schwierigen Fällen wird das sogenannte „Verbundverfahren“ angewandt, das darin besteht, das Zementieren und ein chemisches Verfahren so zu koppeln, daß eine sofortige Konsolidation von Zement und Gel eintritt, dies aber erst in der wasserführenden Kluft selbst. Es ist dabei ohne Belang, daß der entstandene Pfropfen nicht die vom Betonfachmann geforderten Eigenschaften eines guten Betons oder Zementes hat, denn er ist nur ein Hilfsmittel zur Erzeugung eines Widerlagers für die nun folgende normale Zementierung, die jetzt gegen den Wasserstrom fortschreitet und ein einwandfreies Dichtungsprodukt ergibt. Auch in Kiesschichten, die von starkem Grundwasserstrom durchflossen werden, führt dieses Verfahren zum Erfolge. Zwischen diesem Grenzgebiet und Baugrundverhältnissen, die die übliche Zementierung zulassen, gibt es noch mancherlei Fälle, die eine Vorbehandlung der Zementsuspension durch Zusatz von Stabilisatoren, Stopfmitteln oder Schnellbindern erforderlich machen.

Wahl der Zementart.

Die Anforderungen, die an den Zement als Einpreßgut gestellt werden müssen, sind andere, weitergehende als diejenigen, die man von ihm für Beton zu verlangen pflegt. Das geht schon aus den vorherigen Ausführungen hervor. So spielt z. B. die Druckfestigkeit nicht die wichtige Rolle, es sei denn, daß außer der Abdichtung auch eine Verfestigung des Baugrundes notwendig ist, was aber durchaus nicht immer der Fall zu sein braucht. Die Druckfestigkeit ist jedoch deshalb wichtig, weil ihr erfahrungsgemäß im allgemeinen die Wasserdichtigkeit entspricht. Hinsichtlich dieser beiden Güteeigenschaften steht an erster Stelle der hochwertige Portlandzement, dem in geringem Abstand der Tonerdezement folgt. Der Portlandzement zeigt erheblich geringere Druckfestigkeits- und Durchlässigkeitswerte, ist aber dem Hochofenzement überlegen. Zu berücksichtigen ist hierbei, daß diese Versuchsergebnisse auf Verfahren beruhen, die praktisch ohne Druck

ausgeführt sind; bei der Abdichtung in Bodenschichten spielt aber der Einpreßdruck, wie geschildert, eine bedeutende Rolle; die Werte gehen bei den verschiedenen Zementarten nicht mehr so weit auseinander, wenn letztere zusammengepreßt werden.

Die Absetzdichte und Absetzgeschwindigkeit ist im Hinblick auf das über stabilisierte Zement-Suspensionen Gesagte in gewissen Fällen von Bedeutung. Wissenswert ist jedenfalls, daß die Absetzdichte bei den Zementarten sowohl als auch bei den Zementmarken der gleichen Art sehr weit auseinandergeht, und zwar über 100%. Beziehungen über trockenes Raumgewicht oder Mahlfineinheit einerseits und Absetzdichte andererseits lassen sich nicht immer feststellen. So können zwei Zemente, die sich im Raumgewicht um 10% unterscheiden, im Sedimentvolumen einen Unterschied von 40% aufweisen. Es ist anzunehmen, daß die kolloidalen Eigenschaften der Zementkörnerchen hierbei eine Rolle spielen, wie denn auch die Stabilisierungsmöglichkeit der Zemente verschieden ist. Immerhin scheinen diese Eigenschaften bei Zementeinpressungen mindestens

ebenso wichtig zu sein, wie die Feststellung der Druckfestigkeit und anderer Kennzeichen, die für den Betonfachmann entscheidend für die Bewertung einer Zementart zu sein pflegen.

Untersuchungen über die Fließfähigkeit von Zement-Suspensionen haben ergeben, daß bei einer Zement-Wasserzahl von 0,2 bis 1,67 sich kein nennenswerter Unterschied ergab. Die Kennlinie — Abb. 7 — steigt nur langsam an. Von 1,67 bis 2,5 nimmt die Fließfähigkeit stark ab. Bei 2,5 ist auch ungefähr die Grenze der Pumpfähigkeit erreicht.

Die tixotrope Eigenschaft stabilisierter Zement-Suspension macht diese pumpfähig, wenn auch die Fließfähigkeit herabgesetzt wird; sie weist jedoch bei den gebräuchlichen Mischungsverhältnissen Zement : Wasser = 1 : 5 bis 1 : 1 keine wesentlichen Unterschiede gegen Mischungen ohne Stabilisator auf. Die Kennlinien zeigen die Unterschiede der Fließfähigkeit von Wasser, Zement-Wasser- und stabilisierten Zement-Wasser-Suspensionen. Die Verpressung wird gewöhnlich mit schwacher Dichte begonnen, z. B. Zement : Wasser = 1 : 5 und je nach

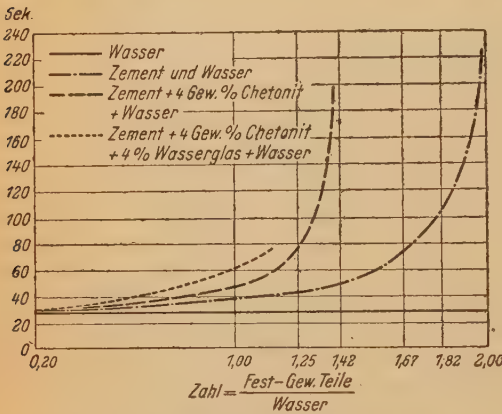


Abb. 7. Fließfähigkeit von Zementsuspensionen.

Aufnahmefähigkeit gesteigert. Gegen Ende des Sättigungsdruckes ist eine möglichst hohe Zement-Wasserzahl anzustreben (1,0 bis 1,67). Auf diese Weise wird erreicht, daß mit der dünnen Suspension auch die feinen Risse und Poren in dem zu verpressenden Boden angefüllt werden, wobei das Ueberschußwasser abfiltriert. Gegen Ende der Einpressung ist dies erschwert; deshalb muß zur Schließung des Einpreßloches der Zementanteil erhöht werden; das Loch wird eine Zeitlang unter Druck gehalten, damit rückwärtige Ausspülungen nicht eintreten können.

Chemische Verfahren.

Die wesentlichsten Unterschiede bei den chemischen Verfestigungs- und Abdichtungsverfahren beruhen auf der Reaktionsgeschwindigkeit. Das Verfahren, bei dem eine sofortige Reaktion und damit Verfestigung eintritt, ist das Joosten-Verfahren. Es ist dies auch das einzige, das mit zwei Chemikalien arbeitet, die hochkonzentrierte Lösungen darstellen.

Allen anderen Verfahren gemeinsam ist die nicht schlagartig einsetzende verfestigende Reaktion, vielmehr ein zeitlich regelbares Gerinnen (Koagulation). Zu ihnen gehört das „Rodio“-Verfahren, das Verfahren „François“, das Verfahren „Brunner-Langer“, das „Shellperm“-Verfahren und das „Neue Joosten“-Verfahren. Die fünf letztgenannten arbeiten mit einer einzigen Flüssigkeit, der das Koagulationsmittel vor der Einpressung beigemischt wird. Während bei dem Shellperm-Verfahren als Grundstoff eine Bitumenemulsion verwendet wird, bauen sich die übrigen auf einer kolloidalen Silikatlösung auf.

Schließlich kommen als Bodenverfestigungsverfahren noch das Gefrieren und das elektrochemische Verfahren nach Casagrande in Frage. Auch hinsichtlich ihrer Zielsetzung unterscheiden sich die genannten chemischen Verfahren nicht unwesentlich voneinander; als ausgesprochenes Verfestigungs- oder Versteinungsverfahren können eigentlich nur das Gefrieren und die sogenannten älteren Joosten-Patente gelten. Während indessen mit diesen Verfahren gleichzeitig auch eine Wassersperrung erreicht wird, muß diese bei den übrigen als Hauptaufgabe angesehen werden; die verfestigende Wirkung spielt bei ihnen wegen der verhältnismäßig geringen Druckfestigkeit eine untergeordnete Rolle.

Ueber das Joosten-Verfahren ist soviel geschrieben worden, daß es hier nur kurz gestreift und einige Irrtümer klargestellt werden sollen. Es arbeitet mit zwei hochgrädigen Lösungen, die nacheinander eingepreßt werden; aus der zuerst eingebrachten Silikatlösung wird durch die zweite Salzlösung ein Gel ausgeschieden, das den Boden sofort versteint und die Poren verstopft. Diese augenblickliche Wirkung hat den großen Vorteil, daß das Verfestigungsmittel nicht fortgespült werden kann; es ist dadurch auch als Abdichtungsverfahren im strömenden Wasser allen anderen überlegen. Nachteilig ist der verhältnismäßig kleine Wirkungsbereich und die schwierige Handhabung in tiefegelegenen Zonen mit langen Einpreßlöchern. Wegen der hohen Zähigkeit der Lösungen wird das Verfahren bei verhältnismäßig durchlässigem Baugrund angewendet. Dies ist überhaupt der Grund seiner beschränkten Anwendbarkeit, nicht jedoch die chemische Zusammensetzung des zu verfestigenden

den Bodens. Jeder Baugrund, der mit den Chemikalien infiltrierbar ist, kann verfestigt werden, also auch Kalk, Schwerspat. Die frühere Ansicht, daß der Quarzgehalt maßgebend für den Erfolg sei, hat sich als irrig herausgestellt. Laboratoriumsmäßig können Eisenspäne, Sägemehl und ähnliche Stoffe nach Joosten verfestigt werden.

Da die meisten chemischen Verfahren mit dünnen Lösungen arbeiten, ist es interessant, die Wirkung der Verdünnung beim Joosten-Verfahren zu untersuchen. Mit der Verdünnung erreicht man eine Herabsetzung der Zähigkeit, damit leichteres Eindringen in feinere Sande und eine Verrbilligung; aber — und das ist bei dem Verfestigungsziel das Entscheidende — auch geringere Festigkeiten. Die nebenstehende zeichnerische Darstellung zeigt die mit abnehmender Grädigkeit sinkenden Kosten und Festigkeiten, Abb. 8.

Die Druckfestigkeitswerte fallen schneller als die Kosten, denn letztere setzen sich aus den stets gleichbleibenden Aufwendungen für das Rammen und Ziehen der Spritzrohre und dem Einpressen der Lösungen einerseits und den veränderlichen Kosten für die Chemikalien andererseits zusammen. Kommt es also auf die Festigkeit des Bodens an, so ist das Joosten-Verfahren mit hochgrädigen Lösungen im Erfolg am besten und verhältnismäßig auch am wirtschaftlichsten.

Das vorwiegende Anwendungsgebiet des Joosten-Verfahrens war die

Verfestigung. Die schlagartige Wirkung bei Einführung des gefällenden Chemicals II führte indessen sehr bald dazu, das Verfahren auch bei der Abdichtung von Quellen [8], Bergwerksdämmen [9], Dockwänden [10], Bergwerksschächten [11 und 12] und Baugrubensohlen [10] anzuwenden. Die vorteilhafte Anwendung tritt vor allem dort in Erscheinung, wo es sich um die Beseitigung von Wasserzuflüssen handelt, die unter Druck austreten, wie es bei den oben angeführten Beispielen ausnahmslos zutrifft.

Beim Abdichten von Wasser- oder Laugezuflüssen ist folgendes zu beachten: Das durch das Kieselsäuregel entstandene Kontaktzement umschließt nach den Untersuchungen von Prof. Dr. Guttman an Dünschliffen [13] in feinsten Lagen die Sandkörner; es bedingt die Festigkeit. Das Porenzement kann fehlen und fehlt meistens; bei der Abdichtung darf es nicht fehlen; es wird durch wiederholtes wechselweises Einpressen der Lösungen gebildet, wobei der Preßdruck selbsttätig steigt. Mit je höherem Druck ein Gestein oder Bauwerk verpreßt werden kann, desto besser werden die Poren ausgefüllt und desto dichter wird es. In der Praxis wird also unterschiedlich gearbeitet, je nachdem, ob eine Verfestigungs- oder Abdichtungswirkung erzielt werden soll. Hierbei kann mit den gleichen Chemikalien nachgepreßt werden oder mit sogenanntem labilen Wasserglas (D.R.P. 684 769). Die Wirkung einer Nachdichtung auf Festigkeit und Durchlässigkeit veranschaulicht Abb. 9.

Eine Festigkeitssteigerung wird bei diesen im Prüfraum der Gesellschaft für chemische Verfestigung und Abdichtung m. b. H. in Nordhausen angestellten Versuchen an zylindrischen Prüfkörpern von 100 mm $\varnothing$ und 70 mm Höhe nicht immer erzielt, stets jedoch eine beachtliche Erhöhung der Dichtigkeit. Aus der Uebersicht ergibt sich weiterhin, daß es nicht zweckmäßig ist, etwa aus Gründen der Kostenersparnis mit verdünntem Chemical vorzupressen. Ein Vergleich der Nr. 1 mit 2 bzw. 3 mit 4 — Abb. 9 — entscheidet diese Frage zu Gunsten der hochgrädigen Lösungen. Man erzielt zwar durch die Nachbehandlung Festigkeitssteigerungen um etwa das Doppelte (s. Nr. 2 und 4 der Abb. 9), bleibt damit aber immer noch 100 % unter den Festigkeitswerten derjenigen Probekörper, die mit hochgrädigen Chemikalien hergestellt wurden. Und was die Dichtigkeit anbelangt, so bringt die Nachdichtung bei den Körpern, die mit 20° Bé. hergestellt wurden, nur den 10-fachen Dichtungserfolg, bei den mit hochgrädigen Lösungen vorbehandelten dagegen den 10 000-fachen Wert.

Herabsetzung der Zähigkeit.

Wie bereits erwähnt, sind die bei dem ursprünglichen Joosten-Verfahren verwendeten Chemikalien von hoher Zähigkeit. Dies hat einen beschränkten Wirkungsbereich zur Folge — der übliche Zwischenraum der Einspritzrohre ist 0,50 m — und es ist deshalb schwierig, feine und feinste Sande mit diesen Lösungen zu durchdringen. Zunächst liegt der Gedanke nahe, die Chemikalien einfach mit Wasser zu verdünnen, zumal die anderen auf Seite 10 angeführten Verfahren mit wasserverdünnten Lösungen arbeiten. Das unbefriedigende Ergebnis derartiger Methoden zeigt Abb. 8.

Nach langen in Nordhausen angestellten Versuchen wurde vor einigen Jahren ein Verfahren gefunden, die Zähigkeit ohne Einbuße an der Festigkeit herabzusetzen. Durch die Beimischung gewisser Chemikalien zu der handelsüblichen Silikalösung wurde ein geeignetes Erzeugnis gefunden, mit dem nun auch „Feinsande“ verfestigt werden konnten. Die als Chemical I m bezeichnete Lösung spindelt 32° bis 35° Bé, also nur wenig unter der früher gebräuchlichen von 37/38° Bé., hat aber eine erheblich geringere Zähigkeit von nur 2,88 Engler-Graden. Das Anwendungsgebiet wurde bis auf Feinsande mit einem k-Wert von $> 10 \cdot 10^{-4}$ cm/sec. erweitert; auch Grob- und Mittelsande lassen sich ohne technischen Nachteil nach diesem Verfahren verfestigen, wie aus Abb. 10 ersichtlich ist.

Die Druckfestigkeit von Körper Nr. 3 ist zwar etwas geringer, aber mit 40,8 kg/cm² noch als sehr gut zu bezeichnen, der Dichtungserfolg ist 75-fach gegenüber dem unbehandelten Sand. Die an Ort und Stelle vorgenommene Herstellung von Chemical I m bedeutet eine gewisse Verarbeitungsschwernis, weshalb die Anwendung dieses Verfahrens auf solche Böden beschränkt bleibt, die sich mit den üblichen Chemikalien nicht imprägnieren lassen.

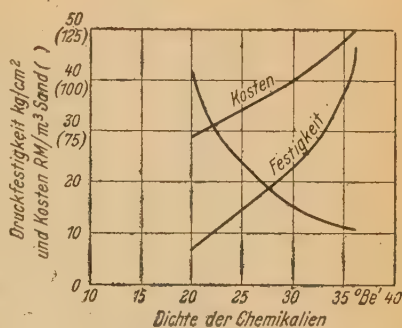


Abb. 8. Festigkeit und Kosten bei verschiedener Grädigkeit der Chemikalien.

Wirkung einer „Nachdichtung“ auf Festigkeit und Durchlässigkeit.

Lfd. Nr.	Nr. des Probekörpers	Körnung Korn- ϕ	%	Durchlässigkeit ohne Behandlung	Chemische Behandlung	Durchlässigkeit $k = \text{cm/s}$:	Druckfestigkeit kg/cm^2
1	28,34 44,58	2 —1 1 —0,54 0,54—0,2 0,2	40 33 25 2	190×10^{-4}	Chem. Verf. nach Joosten DRP 441 622 Chem. I 38° Bé. Chem. II 35° Bé.	$4,6 \times 10^{-4}$	45,9
2	57,73				Chem. I 20° Bé. Chem. II 20° Bé.	$6,2 \times 10^{-4}$	10,2
3	61 a 61 b	0,75—0,54 0,54—0,2 0,2	29 61 10	106×10^{-4}	nach T 49 058 Chem. I m 35° Bé. Chem. II 32° Bé.	$1,4 \times 10^{-4}$	40,8
4	55				Chem. I 20° Bé. Chem. II 20° Bé.	13×10^{-4}	8,5

Nachbehandlung.

Lfd. Nr.	Nr. des Probekörpers	Art der Nachbehandlung	Durchlässigkeit $k = \text{cm/s}$.	Druckfestigkeit kg/cm^2
1	28,34 44,58	labiles Wasserglas „AP“ 21° Bé. DRP 684 769	$0,005 \times 10^{-4}$ ~ etwa 10 000 fach	39,1
2	57,73	labiles Wasserglas „AP“ 21° Bé. DRP 684 769	$0,86 \times 10^{-4}$ 10 fach	17,0
3	61 a 61 b	nach T 49 058 wie Vorbehandlung	$0,001 \times 10^{-4}$ etwa 10 000 fach	35,0
4	55	nach DRP 684 769 labiles Wasserglas „AP“ 21° Bé.	$1,0 \times 10^{-4}$ etwa 10 fach	22,1

Abb. 9. Wirkung einer Nachdichtung.

Einfluß der Grödligkeit und des Verfahrens nach Cheverab-Patenten auf Durchlässigkeit und Druckfestigkeit.

Siebanalyse des Sandes: $0,75-0,54 \text{ mm} = 29 \%$
 $0,54-0,2 \text{ mm} = 61 \%$
 $0,2 \text{ mm} = 10 \%$

Durchlässigkeitsprüfungen je 3 bei Gefälle $H = 7, 14$ und 21 .

Druckfestigkeit: Mittel aus 3 Körpern.

Probekörper: 100 mm Durchm.

70 mm Höhe.

Lfd. Nr.	Nr. des Probekörpers	Chemische Behandlung	Durchlässigkeit $k = \text{cm/s}$.	Druckfestigkeit kg/cm^2
1	1	unbehandelt	106×10^{-4}	—
2	69	DRP 441 622 Chem. I = 38° Bé. Chem. II = 35° Bé.	$2,15 \times 10^{-4}$	49,3
3	61	T 49 058 Chem. I m = 35° Bé. Chem. II = 35° Bé.	$1,40 \times 10^{-4}$	40,8
4	61 a	wie 3, nachverfestigt nach dem gleichen Verfahren	$0,001 \times 10^{-4}$	85,0

Abb. 10. Sandverfestigung nach Joosten I und Joosten II.

Da dieses verbesserte Verfahren noch wenig bekannt ist, sollen einige praktische Anwendungen kurz geschildert werden:

Beim Abteufen eines Untersuchungsschachtes bei Mittlau im Kreise Bunzlau waren bis zum anstehenden Gebirge 43 m diluviale Schichten zu durchfahren. Die untersten 12 m bestehen aus stark wasserführenden Feinsanden. Auf Grund von Bohrlochaufschlüssen vermutete man, daß das anstehende Gebirge — rote Zechstein-Letten — weich genug wäre, um das Eindringen eines Senkschuhes in die Letten und damit den Abschluß gegen die wasserführenden Sande zu gewährleisten. Man teufte deshalb nach dem Senkschachtverfahren ab. Der Senkschuh konnte beim Aufsetzen auf das anstehende Gebirge wider Erwarten nicht in den roten Letten eindringen, obgleich man hydraulische Pressen ansetzte und die Senkschuhkante zu unterschneiden versuchte.

Da der Zechstein mit 10—15° einfiel, blieb auf etwa zwei Drittel des Schachtfumfanges eine Lücke offen, durch die beim geringsten Absenken des Wasserspiegels sofort neue Sandmassen in den Schacht eindringen.

Das Zementieren unter dem Schutze eines Betonklotzes versagte. Man entschloß sich, die Schwimmsande chemisch zu verfestigen, wobei das verbesserte Joosten-Verfahren angewandt wurde. Der Arbeitsvorgang ist aus Abb. 11 ersichtlich.

Nach Einbringen eines neuen Betonklotzes nach dem Kontraktorverfahren wurde zunächst zementiert, um etwaige durch die Sandeinbrüche entstandene Hohlräume unter dem Beton und hinter der Schachtwandung zu füllen. Dann erfolgte die chemische Verfestigung der Sohle durch 28 Einspritzrohre, die in den Kreisringen I, II und III angeordnet waren. Gearbeitet wurde von innen nach außen, und zwar von der Arbeitsbühne 1 aus. Von dem Erfolg der Sohlenverfestigung überzeugte man sich durch 5 Untersuchungslöcher.

Dann wurden 2 m Beton weggespitzt und von der Arbeitsbühne 2 aus 132 Löcher schräg nach außen auf den Ringen IV, V, VI und VII chemisch verpreßt, größere Hohlräume zuvor wieder zementiert.

Dann wurden 2 m Beton weggespitzt und von der Arbeitsbühne 2 aus 132 Löcher schräg nach außen auf den Ringen IV, V, VI und VII chemisch verpreßt, größere Hohlräume zuvor wieder zementiert. Für die Verfestigung von rd. 70 cbm Sand wurden 20 t Chemikal I m und II benötigt; außerdem zur Verfüllung von ausgelaufenen Hohlräumen und Kiesternen 18 t Zement. Der Arbeitsaufwand betrug 4000 Stunden; die Arbeitsdauer 5 Wochen.

Beim Abteufen konnte beobachtet werden, daß der Sand gut verfestigt und ein dichter Verband mit dem roten Letten erzielt worden war.

Durch die Verwendung von Wasserdrukpressen beim Niederbringen des Senkschachtes war das Mauerwerk gerissen und undicht. Deshalb wurde im Anschluß an die Verfestigungsarbeiten auch die Mauer chemisch abgedichtet; der Wasserzulauf von 50 l/min. konnte nahezu restlos beseitigt werden.

Ähnlich lagen die Verhältnisse beim Abteufen eines Wetterschachtes der Donnersmarckgrube bei Chwallowitz in Oberschlesien:

Die obersten 23 m bestehen hier aus diluvialen Schichten, die sich aus groben bis feinsten Sanden sowie einigen Lehmlagen zusammensetzen; die unteren 6 m führen Grundwasser. Dann folgt Tertiär, und zwar trockener, wasserundurchlässiger Tegel, anschließend Karbon. Die diluvialen Schichten sollten durch 6 Unterwasser-Pumpen bis zum Tegel entwässert werden, um den Mauerfuß im trockenen Tegel ansetzen zu können.

Die Entwässerung gelang nur bis Teufe 20,50 m. Man entschloß sich, die nicht entwässerten 2,50 m mächtigen Feinsandschichten zu verfestigen. Zu diesem Zweck mußte eine Betonplatte auf der Schachtsohle eingebracht werden. Die Verfestigung wurde als Trog ausgeführt.

Die Gesamtarbeit — Aufbau der Verfestigungseinrichtung, Einpressen der Chemikalien, Teufen und Mauern — wurde in dreischichtigem Betrieb in 82 Arbeitstagen durchgeführt. Zur Verfestigung der 1 m starken Trogsohle wurden 39 Löcher mit 156 m Gesamtlänge und 45 m Nutzlänge gestoßen, zur Verfestigung des Trogandes als dem wichtigsten Teil gegen seitliche Sand-Wasser-Einbrüche 282 Löcher mit 110 m Gesamtlänge und 777 m Nutzlänge. An Chemikalien wurden zur Verfestigung von rd. 400 cbm Sand 120 t verarbeitet. Die Preßpumpen standen über Tage, ebenso die Ziehvorrichtung für die Einspritzrohre. Letztere wurden mit Preßluftdämmern nach Schablone eingerammt, um Abstände und Richtung genau einzuhalten.

Es wurde segmentweise mit sofort anschließendem Ausbau abgeteuft. Einige Sandeinbrüche konnten durch Nachverfestigung sofort gestoppt werden. Der gefürchtete Uebergang von Diluvium zum Tertiär war einwandfrei trocken gelegt und gestattete das sichere Ansetzen des Mauerfußes im Tegel. Das Verfahren wurde noch in zwei weiteren Fällen in Oberschlesien beim Durchteufen von wasserführenden Fließsand-Schichten erfolgreich angewandt und damit ein neues Arbeitsgebiet erschlossen.

Alle diese Arbeiten sind dadurch gekennzeichnet, daß die gutartigen Schichten des Deckgebirges von Hand abgeteuft wurden und die chemische Verfestigung nur zur Durchörterung der zwischengelagerten wasserführenden Fließsande angewandt zu werden brauchte. Dadurch konnte für das Durchteufen des gesamten Deckgebirges

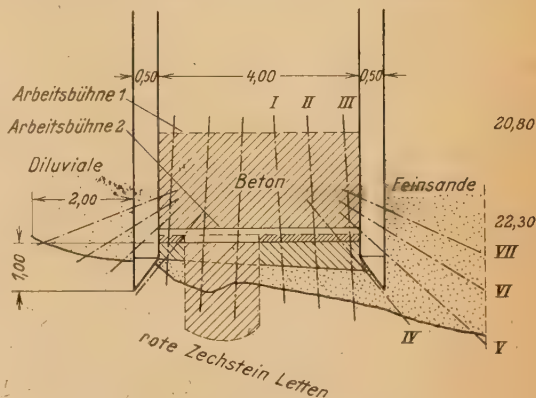


Abb. 11. Durchteufen von Schwimmsand mit Hilfe des Joosten-Verfahrens.

an Zeit und Kosten erheblich eingespart werden im Vergleich zu einem der früher in solchen Fällen angewandten Verfahren (Gefrieren, Schachtbohren), bei denen das Gefrieren oder Abbohren zwangsweise auch auf die gutartigen Schichten ausgedehnt werden muß.

Ein Beispiel für die schlagartige Abdichtungswirkung des Joosten-Verfahrens mit zwei hochgradigen chemischen Lösungen sei im folgenden ausgeführt:

In dem Braunkohlentiefbau der Kohlenveredlung und Schwelwerke AG. bei Gölzau wurde im Jahre 1945 ein Wetterschacht nach dem Bohrverfahren im toten Wasser niedergebracht. Der Ausbau erfolgte mit geschweißten Blechringen von 16 mm Stärke, die von oben nachgesetzt wurden und wie in einem gewöhnlichen Bohrloch teleskopartig ineinander steckten. Als bei Erreichung von 69 m Teufe der Greifer nicht mehr faßte und nur noch etwa 4 m bis zur Erreichung des Flözes abzuteufen waren, wurde der Schacht gesümpft, um ihn von Hand bis zur Endteufe niederzubringen. Als der Wasserspiegel bis etwa 58 m Teufe abgesenkt war, erfolgte plötzlich ein starker Wasser- und Sandeinbruch, der das Schachtinnere und den Ringraum zwischen den 1,75 m $\varnothing$ und 1,50 m $\varnothing$ -Rohrtouren mit Sand und Kies zuschlammte. Die innere Rohrfahrt war zu einer liegenden Acht zusammengedrückt, die äußere ließ einen senkrechten, dicht neben einer Schweißnaht verlaufenden Riß erkennen, der 400 l Wasser in der Minute bei 5 atü brachte — s. Abb. 12 —.

Man mußte annehmen, daß sich der Riß nach unten zu einem Loch erweiterte; denn anders konnte man sich das Vorhandensein bis faustgroßer Kieselsteine im Ringraum nicht erklären. Diese Vermutung bestätigte sich später.

Eine Rettung des Schachtes war nur durch das Joosten-Verfahren zu erhoffen. Zunächst wurde die verformte innere Rohrstrecke stückweise gebrannt und die äußere durch vorgesezte Ringe aus 80er Grubenschienen bis 55 m Teufe gesichert. Nun wurde zu beiden Seiten des Risses in den Ringen II und III — s. Abb. 13 — die Blechwand durchbohrt und durch je zwei übereinanderliegende Rohre, die 70 bis 90 cm in den Sand vorgetrieben waren, 3920 kg Chemikal I und 1453 kg Chemikal II eingepreßt. Schon am zweiten Tage zeigte sich die dichtende Wirkung der mit dem Wasserstrom nach unten gerissenen und im Sand miteinander zur Reaktion gekommenen Chemikalien und am dritten Tage betrug der Zufluß nur noch 8 l/min. — Jetzt konnte

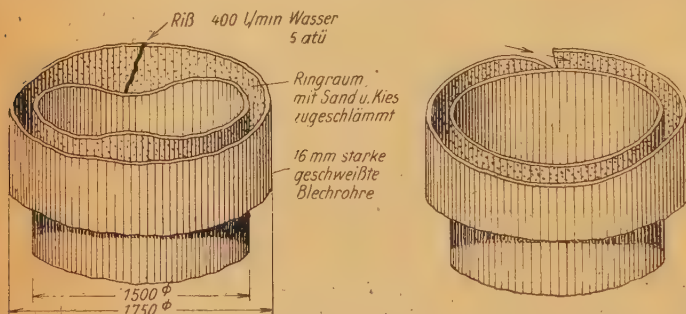


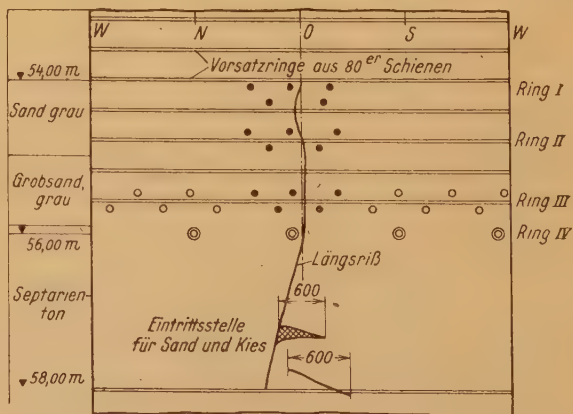
Abb. 12. Aufwältigung eines Bohrschachtes mit Hilfe des Joosten-Verfahrens.

Stand bei Beginn der chemischen Abdichtung in 55 m Teufe. — Das 1500 mm $\varnothing$ Rohr ist bis zu dieser Stelle abgebrannt und ausgebaut; es ist zu einer liegenden Acht zusammengedrückt. Aus dem Vertikalriß des 1750 mm $\varnothing$ Rohres strömen mit 5 atü 400 l Wasser in der Minute in das Schachtinnere.

Stand nach Beendigung der Abdichtungs- und Verfestigungsarbeiten in 58 m Teufe. — Der Längsriß im 1750 mm $\varnothing$ Rohr hat sich zu einem durch Querriß von 600 mm Länge gebildeten Loch erweitert; der linke Rohrlappen hat sich an das nur noch wenig deformierte 1500 mm $\varnothing$ Rohr angelegt. An dieser Stelle war Wasser, Sand und Kies in den Ringraum gedrungen. Der Zufluß ist durch die chemische Behandlung abgestoppt; der Sand steht fest.

das verformte Rohrstück noch 0,40 m tiefer weggebrannt und das äußere durch einen weiteren Vorsatzring gesichert werden. Die chemische Abdichtung wurde fortgesetzt, indem nun auch im Ring I noch 5 Löcher mit 1828 kg Chemikal I und II bis zu 80 cm Tiefe verpreßt wurden, wodurch der Zufluß ganz aufhörte. Außerdem wurde in der Grobsandschicht über dem Septarienton auf den gesamten Schachtumfang ein chemischer Verfestigungsgürtel, bestehend aus 2 Reihen von je 8 Loch (Ring III der Abb. 13) angelegt, durch den das Nachrutschen des Sandes zu dem vermuteten, bis dahin noch nicht freigelegten Loch hin verhindert werden sollte.

Auch dieses Ziel gelang. Nachdem man sich durch 4 Untersuchungslöcher (Ring IV der Abb. 13) am Kopfe der Tonschicht davon überzeugt hatte, daß der reißende Wasserstrom den Ton nicht ausgewaschen hatte, konnte der Ausbau der verformten inneren Rohre und die Sicherung der äußeren Rohre durch Vorsatzringe fortgesetzt werden. Das vermutete Loch wurde bei 58 m



Anordnung der Einpreßlöcher in dem 1750 mm $\varnothing$ Blechrohr von 16 mm Stärke

- Chemikallöcher für Abdichtung des Vertikalrisses
- " " " Verfestigungsgürtel
- ⊙ Untersuchungslöcher

Abb. 13. Aufwältigung eines Bohrschachtes mit Hilfe des Joosten-Verfahrens. Abgewickelter Schachtumfang.

Teufe gefunden; die Rohrlappen klappten 18 cm weit auseinander, sodaß die groben Kiese aus der Grobsandschicht bequem hatten durchtreten können.

Die Verfestigung und Abdichtung war so gut gelungen, daß jetzt weder Wasser noch Sand an dieser Stelle einströmten. Da die inneren Rohre nur noch schwach elliptische Form zeigten, wurde bei 58 m ein Flansch von 370 mm Breite und 20 mm Stärke aufgeschweißt; darauf wurden zwei neue Rohrschüsse von je 3 m Höhe aufgesetzt und der Ringraum betoniert. Der unterhalb des Flansches in den Ringraum eingeschlämmte Sand wurde einer chemischen Behandlung nicht unterzogen, da er sich fest und dicht abgelagert hatte. Das Abteufen von Hand konnte nach diesen Aufwältigungs- und Sicherungsarbeiten ohne Zwischenfälle bis zur vorgesehenen Endteufe bei 73 m durchgeführt werden.

Die eigentlichen Verfestigungsarbeiten nahmen 18 Arbeitsschichten in Anspruch; insgesamt wurden 8,4 t Chemikalien in 26 Löcher eingepreßt.

Der Abdichtungserfolg konnte nur durch die sofort einsetzende Gelbildung innerhalb der wasserdurchströmten Sandschichten erreicht werden. Die Verfahren mit zeitgebundener Ausflockung hätten hier nicht zum Ziele geführt.

Die mit nur einer Flüssigkeit arbeitenden chemischen Verfahren beruhen auf der Eigenschaft der Silikatlösung, daß unter bestimmten Voraussetzungen die Koagulationszeiten regelbar sind. Zum Verständnis für diese Eigenschaft der Wasserglaslösungen ist folgendes zu bemerken:

Die für Verfestigungs- und Abdichtungszwecke verwendeten Wassergläser reagieren, wie alle anderen, alkalisch; die Alkalinität oder der pOH-Wert ist etwa 2, dementsprechend der pH-Wert 12. Steigt der pH-Wert, z. B. durch Zusatz einer Säure oder Salzlösung, so nähert man sich dem Zeitpunkt, in welchem das Kieselsäuregel ausfällt. Bei den beiden besprochenen Joosten-Verfahren geht man bis zur Neutralisation — der pOH-Wert und der pH-Wert ist 7 —, das Gel fällt sofort aus, und zwar als weißer krümeliger Niederschlag. Der Verfestigungsvorgang setzt schlagartig ein. In verdünnten Wasserglaslösungen wird die stabilisierende Alkalinität geringer, ein Säure- oder Salzzusatz bewirkt hier einen sich mit der Zeit allmählich bildenden Niederschlag in Form einer durchscheinenden Gallerte, deren verfestigende Kraft geringer, deren dichtende aber größer ist als bei dem sich in neutraler Reaktion sofort bildenden weißen Gel. Der Zeitpunkt, in dem die Gallertbildung einsetzt, hängt von dem Grad der Verdünnung, der Temperatur und dem Zusatz von sauren oder alkalischen Lösungen ab; er ist also bis zu einem gewissen Grade regelbar und kann bei einem pH-Wert oberhalb oder unterhalb 7 liegen. Je mehr man sich dem neutralen Wert $\text{pH} = 7$ nähert, desto schneller bildet sich der Niederschlag.

Aus dem Gesagten ergibt sich folgendes:

1. Alle Verfahren, die auf eine sofortige Reaktion bewußt verzichten, müssen mit verdünnten Lösungen arbeiten;
2. die Zeitspanne, innerhalb derer sich die Gallerte bildet, ist regelbar. Man kann also die chemische Flüssigkeit vorher „anmachen“ und hat nur darauf zu achten, daß die Einpressung vor der Ausflockung beendet ist. Die Nachpressung eines Chemikal II ist nicht erforderlich.
3. Die kittende und verfestigende Eigenschaft des sich allmählich bildenden Kieselsäuregels ist geringer, die wassersperrende und dichtende dagegen größer als bei den Verfahren, die mit hochgradigen Lösungen einen schlagartigen Verfestigungsvorgang erzielen.

Das Hauptanwendungsgebiet der im folgenden kurz beschriebenen fünf Verfahren ist deshalb die Abdichtung. Die Verfestigung spielt eine untergeordnete Rolle. Letztere beschränkt sich oder sollte sich beschränken auf Fein- und Mehlsande mit einer Durchlässigkeit $k < 10 \cdot 10^{-4}$, also auf solche Böden, in denen hochgradige Lösungen wegen ihrer hohen Zähigkeit versagen.

Die einzelnen Verfahren unterscheiden sich durch die Art der vor der Einpressung zugesetzten Chemikalien [14]. Rodio (Italien) benutzt als zweite Flüssigkeit eine Suspension von gelöschtem Kalk. Die Erstarrungszeit ist durch Dosierung der Kalkmilch verhältnismäßig bequem regulierbar. Bei der Behandlung grober Sande ist eine Aufbereitung nicht immer erforderlich; zur Verwendung in Feinsanden wird das Chemikal-Gemisch jedoch zentrifugiert, so daß eine völlig klare Lösung zur Verarbeitung kommt, die auch in den feinsten Sand eingepreßt werden kann.

Das Rodio-Verfahren wurde in großem Stil am Staudamm von Bou-Hanifia [14 a] in Algier angewandt, bei dem fast die Hälfte der Baukosten für die Konsolidierung des aus feinem Sand bestehenden tiefreichenden Baugrundes aufgewendet werden mußte.

Auch das Francois-Verfahren arbeitet mit einer Flüssigkeit; es wird vorwiegend als Vorbereitung oder in Verbindung mit dem Zementiervorgang angewandt. Die Mischung besteht aus verdünntem Wasserglas und Tonerdesulfat-Lösung; der sich bildende gelatinöse Niederschlag, der sich lange in der Schwebe hält, soll die feinen Risse im Gebirge mit einer schmierenden Haut überziehen, die den Reibungswiderstand herabsetzt und das Gebirge für die nachfolgend eingepreßte Zementsuspension besser aufnahmefähig macht. Es bleibt dahingestellt, ob diese in der Patentschrift gegebene Erklärung für den Erfolg der Zementierung richtig ist. Wahrscheinlicher ist, daß ein poröser, rissiger Fels das transportierende Ueberschußwasser der Zementmilch zum Ausfiltrieren bringt und letztere aus diesem Grunde nicht weit in die Risse einzudringen vermag. Die vorherige Behandlung mit dem gelatinösen Niederschlag verhindert die Entmischung der Zementsuspension, indem sie die feinen Gesteinsporen wasserundurchlässig macht. Andererseits ist das Gel so wasserhaltig, daß es in den Rissen und

Spalten von der Zementmilch durchdrungen wird und diese tiefer eindringen läßt. Das Verfahren ist in der Tat besonders in solchen Gesteinen erfolgreich angewandt worden, die sowohl porös als auch klüftig sind.

Zum Zwecke der Verfestigung loser Sande kommt das François-Verfahren allein — d. h. ohne nachträgliche Zementierung — nicht in Frage, da es nur sehr geringe Festigkeit ergibt. Nachteilig ist ferner die Verwendung von Aluminium-Sulfat, dessen schädigender Einfluß auf Zement und Beton bekannt ist.

Das Verfahren Brunner-Langer (Schweiz) [15] arbeitet gleichfalls mit nur einer Injektionsflüssigkeit. Dem Wasserglas wird zunächst eine Säure zugesetzt, die seine Stabilität herabsetzt. Dem jetzt schwachalkalisch reagierenden Silikat wird dann eine Schwermetallsalzlösung hinzugefügt, deren Menge so bemessen wird, daß sich nach einer im voraus zu bestimmenden Zeit das Gel bildet. Der bei der Zumischung von Säure und Elektrolyten entstehende Niederschlag wird aufbereitet. Die Anfertigung erfolgt auf der Baustelle kurz vor der Einpressung der nunmehr wieder klaren Flüssigkeit, deren Wirkungsbereich infolge der verhältnismäßig geringen Zähigkeit ziemlich groß ist. Die Wassersperrung ist bei diesem Verfahren als sehr gut zu bezeichnen; Angaben über die Festigkeitswerte liegen nicht vor.

Das Shellperm-Verfahren [16, 17] ist ein ausgesprochenes Dichtungsverfahren, wenn auch eine gewisse Steifigkeit des mit der Emulsion behandelten Bodens erzielt wird. Der wesentliche Unterschied gegenüber den bisher geschilderten Dichtungsmethoden beruht auf der Plastizität des im Sand ausgeschiedenen, die Dichtung bewirkenden Bitumens. Sofern man auf die Verfestigung keinen Wert zu legen braucht, kann die Plastizität des Dichtungselementes als Vorteil bezeichnet werden, nämlich dann, wenn dasselbe gewissen Bewegungen ausgesetzt ist. Der Grundstoff der Flüssigkeit ist Bitumen; es wird fabrikmäßig mit Wasser emulgiert. Durch die Art der Herstellung unterscheidet sich die Shellperm-Emulsion von den üblichen Bitumen-Emulsionen. In der Emulsion schweben die Bitumenteilchen von grob-disperser Größenordnung von etwa $1 \mu = 10^{-6}$ in so feiner Verteilung, daß auch sehr dicht gelagerte Sande damit getränkt werden können, ohne daß man hohen Druck anwenden müßte.

Die Shellperm-Emulsion kommt 60%ig stabilisiert in den Handel. Der Stabilisator muß bei längerer Lagerung erneuert, in manchen Fällen auch vor der Verarbeitung verstärkt werden, z. B. dann, wenn im Bodenwasser vorhandene Säuren oder Salze ein vorzeitiges „Brechen“ der Emulsion bewirken würden. Vor der Verarbeitung wird die Emulsion mit Wasser verdünnt, und zwar je nach der Porengröße des zu dichtenden Bodens auf 50, 40 oder 30%. Ist das Grundwasser neutral oder fehlt es überhaupt, dann wird der Emulsion ein Koagulator zugesetzt, durch dessen Bemessung die „Brechung“ in weiten Grenzen reguliert werden kann. Bei der Brechung oder Koagulation zerfällt die Emulsion in ihre Ausgangsbestandteile, Wasser und Bitumen; letzteres fließt in sich zusammen und verstopft die Poren. Die Anwendung des Verfahrens verlangt große praktische Erfahrung und eingehendes Studium der Bodenverhältnisse zwecks richtiger Dosierung des Schutzkolloids und der Koagulatoren sowie der Verdünnung der Emulsion, Sand mit einer Durchlässigkeit von $k = 10 \cdot 10^{-4}$ cm/s wird auf $k = 0,01 \cdot 10^{-4}$ gedichtet.

Das Verfahren hat in großem Maßstab Anwendung gefunden bei der Erhöhung der Assiut-Stauanlage im unteren Nil, und zwar zur Bildung einer Dichtungsschürze zwischen Stahlpundwänden.

Weiterhin wurden durchlässige Dämme und die Sohle undichter Baugruben in Holland und Deutschland nach diesem Verfahren abgedichtet. [17].

Im Jahre 1936 wurde ein neues Verfahren patentiert — Joosten III (DRP. 684 769) —. Es verwendet eine schwach verdünnte Alkalisilikatlösung und setzt dieser Schwermetallsalze zu. Durch weitere Zumischung eines ammoniakalischen Schutzkolloids erhält man ein labiles Gemisch von etwa 35° Bé., das in geschlossenen Behältern verschickt werden kann, ohne daß ein Gel ausgeschieden wird. An der Luft oder durch Nachblasen von Luft oder Kohlensäuregas wird die peptisierende Eigenschaft des Schutzkolloids aufgehoben und das je nach Verdünnung wasserarme oder wasserreiche Kieselsäuregel fällt aus. Es ist in Wasser unlöslich und gegen saure oder alkalische Lösungen unempfindlich. Die Verdünnung wird durch die Korngröße des zu behandelnden Sandes bestimmt; man kann also auch Feinsande mit einer Durchlässigkeit $k < 10 \cdot 10^{-4}$ cm/s imprägnieren und erzielt eine sehr gute Wassersperrung, nämlich den 1000 bis 10 000fachen Wert. Das sogenannte labile Wasserglas kann natürlich auch in Grob- und Mittelsanden angewandt werden; eine Verdünnung ist dann nicht erforderlich. Ebenso kann eine die Gelausscheidung sofort bewirkende Salzlösung nachgepreßt werden. Die Festigkeiten sind, wie nachgewiesen wurde, auch hier umso höher, je geringer die Verdünnung vorgenommen wurde. Schließlich ist das Verfahren auch geeignet zur Nachdichtung von gröberen Sanden, die nach dem älteren Joosten-Verfahren verfestigt worden sind. Durch das „Neue Joosten-Verfahren“ ist eine Lücke geschlossen worden, die bei der chemischen Verfestigung und Abdichtung feiner und feinsten Sande gegenüber den ausländischen Verfahren bestanden hatte. Somit ergibt sich für die in Deutschland hauptsächlich angewandten Verfahren die nachstehend dargestellte Abgrenzung [S. 21 u. 22].

Die Tabelle Abb. 14 zeigt das Ergebnis von Versuchen, die im Versuchsraum der Gesellschaft für chemische Verfestigung und Abdichtung mbH., Nordhausen, gemacht wurden. Der besseren Uebersicht halber wurden Mischungen von z. B. Feinsand mit Grobsand oder Feinsand mit Kies herausgelassen. Da solche Kornmischungen in der Natur aber die Regel bilden, ist eine Voruntersuchung immer notwendig. Jeder Sandboden kann nach deutschem chemischen Verfahren behandelt werden. Die Darstellung in Abb. 14 und 15 gewährt eine bequeme Uebersicht über die Grenzgebiete, die naturgemäß nicht scharf umrissen sind; es kommt vielmehr sehr auf die

mengenmäßigen Anteile der einzelnen Körnungen an. Das wird deutlich aus einem Vergleich von Nr. 4 u. 5 der Abb. 14. Die Körnung von Nr. 5 ist scheinbar gröber als die von Nr. 4, aber der Anteil von 1—0,54 mm Korn beträgt bei Nr. 5 nur 2%, derjenige von 0,75—0,54 bei Nr. 4 dagegen 29%. Maßgebend für die Durchlässigkeit ist der Anteil des feinsten Korns, und dieser beträgt bei Nr. 4 10%, bei Nr. 5 32%. Die K-Werte sind dann auch sehr verschieden und deuten bereits darauf hin, daß Probe Nr. 5 mit einem „verfeinerten“ chemischen Verfahren (vgl. Joosten II) verfestigt werden muß, während Nr. 4 nach Joosten I gerade noch behandelt werden kann.

Grenzgebiete der Verfestigungs- und Abdichtungsverfahren.

Durchlässigkeit: Mittel aus 3 Prüfungen mit verschiedenen H

Druckfestigkeit: Mittel aus 3 Prüfungen

Chemische Behandlung:

J I Joosten I DRP 441 622 Chem. I = 38° Bé., Chem. II = 35° Bé.

J II Joosten II DRP 149 058 Chem. Im = 35° Bé., Chem. II = 35° Bé.

J III Joosten III DRP 684 769 labiles Chem. I

J . . n Nachbehandlung Z = Zementieren

Prüfkörner: 100 mm $\varnothing$, 70 mm Höhe.

Lfd. Nr.	Bezeichnung		Gew. Ant. %	Durchlässigkeit v. d. Behandlg. k — .. cm/s. 10^{-4}	Verfestigungsverfahren	Durchlässigkeit n. d. Behandlg. k/... cm/s. 10^{-4}	Druckfestigkeit kg/cm ²
des Sandes nach DIN 1179	der Körnung n. mm						
1 a	Feinkies-/	2—5	100	838	Z		
b	Grobsand				J I	15,8	31,2
2 a	Feinkies-/	2—5	66	705	Z		
	Grobsand	0,75—2	34				
b					J I	11,2	34,6
3 a	Grob-/	2—1	40	190	J I	4,6	45,9
	Mittelsand	1—0,75	16				
b		0,75—0,54	17		n J III	0,005	39,1
		0,54—0,2	25				
c		0,2	2		J III	0,0009	8,5
4 a	Mittelsand	0,75—0,54	29	106	J II	1,4	40,8
		0,54—0,2	61				
		0,2	10				
b					n J II	0,001	85,0
c					J I	2,15	49,3
d					J III	0,00124	5,1
5 a	Mittel-/	1—0,54	2	3,8	J II	0,4	34,8
	Feinsand	0,54—0,2	66				
		0,2	32				
b					J III	0,038	8,5
6 a	Feinsand	0,2—0,15	62	13			
b		0,15—0,06	36				
		0,06	2		J III	0,0115	5,1

Abb. 14. Grenzgebiete der Verfestigungs- und Abdichtungsverfahren.

Die k - Werte (Durchlässigkeitszahlen) sind meist der Wegweiser für die Art des anzuwendenden Verfestigungs- oder Dichtungsverfahrens; je größer das Porenvolumen des Bodens ist, desto größer ist die Wasserdurchlässigkeit, desto besser auch die Imprägnierbarkeit. Mit fallenden k - Werten muß auch die Zähigkeit der Einpreßstoffe kleiner werden, womit allerdings — wie aus der Tafel ersichtlich — auch ein Abnehmen der Festigkeit verbunden ist. Deshalb ist es nicht belanglos, ob man dieses oder jenes Verfahren anwendet, sondern man muß anstreben, das Verfestigungsmittel größter Dichte zu verarbeiten.

Hieraus ergibt sich als weitere Folge, daß bei der Verfestigung von Schichten verschiedener Körnung, z. B. Wechsellagerung von Grobkies und Sand, zuerst die Suspension (Zementmilch), dann die Lösung eingepreßt wird, damit die Schichten mit großem Porenvolumen mit dem für sie allein geeigneten Verfestigungsmittel imprägniert werden, während die dichter gelagerten Sande der chemischen Verfestigung vorbehalten bleiben. Nach den Untersuchungen ergaben sich ungefähr folgende Grenzen der Anwendungsgebiete:

Verfestigung						Joosten-Verf. III labiles Chemical I
	Verbessertes Joosten-Verfahren II Chemikal I m. und II					
	Joosten-Verfahren I D.R.P. 441622 Chemikal I und II					
	Zementieren					
Bodenart						
	Korn über 5 mm $K > 1000 \cdot 10^{-4}$	Korn 5 bis 2 mm $K > 800 \cdot 10^{-4}$	Korn 2,0 bis 0,2 mm $K > 100 \cdot 10^{-4}$	Korn 1 bis 0,06 mm $K > 10 \cdot 10^{-4}$	Korn unter 0,2 mm $K < 10 \cdot 10^{-4}$	
	Kies	Kies/Grobsand	Grob/Mittelsand	Mittel/Feinsand	Fein/Mehlsand	
Abdichtung	Zementieren					
	Joosten-Verfahren III D.R.P. 684 769 labiles Chemical I					
	Shellperm-Verfahren (Bitumen-Emulsion)					

Abb. 15. Grenzgebiete der wichtigsten Verfestigungs- und Abdichtungsverfahren in Deutschland.

Bei $k = > 800 \cdot 10^{-4}$ kann noch zementiert werden;

bei $k = > 100 \cdot 10^{-4}$ kann nach dem alten Joosten-Verfahren (Joosten I) chemisch verfestigt werden,

bei $k = 10$ bis $100 \cdot 10^{-4}$ ist es tunlich, nach Joosten II zu arbeiten,

bei $k = < 10 \cdot 10^{-4}$ ist Verfahren Joosten III anzuwenden.

Beim Vergleich der Festigkeitswerte fällt es sofort auf, daß labiles Wasserglas nur geringe Druckfestigkeit ergibt; sie beträgt 10—20% der Werte, die man beim Arbeiten nach Joosten I oder II erhält.

Wenn also eine Bodenverfestigung beabsichtigt ist, so muß man versuchen, nach Joosten I oder II mit zwei Chemikalien zu arbeiten; nur Feinsande, Schwimmsande und Mehle werden mit labilem Wasserglas behandelt, wobei man freilich nur mit einer schwachen Verfestigung oder Steifigkeit rechnen kann. Das unangenehme Fließvermögen dieser Feinsande bei Anwesenheit von Wasser wird aber durch die Tränkung nach Joosten III weitgehend eingedämmt; eine „Versteinung“ wie bei den erstgenannten Verfahren kann man jedoch nicht erwarten.

Anders liegen die Verhältnisse, wenn Wassersperrung erfolgen soll. Hier wird das bei Grobsand noch anwendbare Zementieren abgelöst durch das chemische Verfahren mit labilem Wasserglas, wobei zu berücksichtigen ist, daß bei stark strömenden Durchflüssen dieses Verfahren wegen der nicht sofortigen Gelbildung versagen wird. Diese erfolgt nur bei Joosten I oder Joosten II. Bei der Abdichtung von Zuflüssen in Bergwerksschächten, Dämmen und Quellen ist deshalb stets das ursprüngliche Joosten-Verfahren (J. I) mit Erfolg angewendet worden.

Soll schließlich Verfestigung und Wasserdichtigkeit erreicht werden, so ist eine Nachbehandlung der zementierten oder mit Chem. I und II verfestigten Bodenarten empfehlenswert; die Nachbehandlung ist am billigsten und technisch einfachsten mit labilem Wasserglas durchzuführen.

Preisgestaltung.

Die Kosten für Bohren und Verpressen sind mit Rücksicht auf die unterschiedliche Härte, Klüftigkeit und Ablagerung der zu durchörternden Gebirgsschichten und die Aufnahmefähigkeit des Untergrundes an Dichtungsmitteln sehr verschieden. Die Art der Preisgestaltung — Festpreis oder Stundenlohn — sollte von den technischen Zielen diktiert werden. So dienen z. B. die Untersuchungsbohrungen nicht nur der Gewinnung von Gesteinskernen, sondern auch der Prüfung auf Wasserdurchlässigkeit, die, wie auf Seite 6 vorgeschlagen, mehrfach vor und nach den Dichtungsarbeiten vorzunehmen sind. Wenn man diesen mit besonderer Sorgfalt vorzunehmenden Messungen Rechnung trägt, dürfte die Vergabe derartiger Bohrungen im Stundenlohn zweckmäßig sein. Das Bohren auf Kerngewinnung allein kann jedoch ohne Schaden für die Sorgfalt der übrigen Prüfungsarbeiten im Akkord ausgeführt werden. Das Kernbohren ist das teuerste Bohrverfahren; man muß mit Preisen von 40,— bis 100,— DM für 1 m Bohrloch bei Kerndurchmessern von 40 bis 100 mm rechnen, je nach Härte des Gesteins.

Etwas anders liegen die Verhältnisse bei den Einpreßbohrungen, die an Zahl erheblich überwiegen, an Durchmesser hinter den ersteren jedoch zurückstehen. Für sie ist der Festpreis zu wählen. Die Kosten liegen zwischen 10,— und 40,— DM, also weit unter denen der Kernbohrungen. Zu berücksichtigen ist, daß bei Anwendung der eingangs beschriebenen Bohrverfahren wohl eine Kernbohrung als schlagende Einpreßbohrung fortgesetzt werden kann, nicht aber umgekehrt. Kernbohrungen müssen deshalb im voraus bestimmt werden. Für das Aufbohren zementierter Löcher werden teils besondere Preise vereinbart, teils ist diese Arbeit im Bohrmeterpreis inbegriffen. Richtig ist es, jeden Arbeitsvorgang preislich gesondert zu erfassen, um Abweichungen von dem vorgesehenen Arbeitsverfahren ohne Nachtragsangebote zu ermöglichen. Zeigt sich z. B. im Laufe der Arbeiten, daß geplante Bohr- und Verpreßstufen von 5 m nicht zweckmäßig sind, sondern kürzer gewählt werden müssen, so ergeben sich mehr Gesamtaufbohrmeter als vorgesehen; dies würde die Entkoppelung eines summarischen Festpreises für Bohren und Aufbohren bedingen.

Beim Aufbohren von Zement handelt es sich um ein gleichförmiges, mildes Material. Die Preise liegen des-

halb etwa 50 bis 75 % unter denen für das Bohren im Fels. Die allgemein übliche Staffelung der Preise nach Tiefenstufen, z. B. 0—10 m, 10—20 m, 20 bis 30 m usw., ist gerechtfertigt; denn mit zunehmender Tiefe des Bohrloches wächst das Wagnis.

Durchlässigkeitsprüfungen und sonstige Untersuchungen im Bohrloch spielen preislich im ganzen gesehen eine untergeordnete Rolle; sie werden zweckmäßig im Stundenlohn je Betriebsstunde abgerechnet oder, wie es in neuester Zeit gehandhabt wurde, zum Pauschpreis je Prüfungsvorgang. Dies scheint umso unbedenklicher, als Anzahl der eingesetzten Arbeitskräfte, Art des Prüfgerätes und Dauer der Arbeiten nur in geringen Grenzen schwanken.

Sehr geteilt sind die Ansichten über die Abrechnungsart für das Einpressen der Dichtungsmittel. Die Ausschreibungen lauten auf Festpreise je t Zement, je cbm Gemisch (Zement/Wasser), je lfdm. Einpreßloch, je Betriebsstunde oder ähnliche, allein oder in Verbindung miteinander. Die Eigenart des Arbeitsvorganges läßt es im allgemeinen gewagt erscheinen, diese mit besonderer Sorgfalt auszuführenden Arbeiten zu Festpreisen zu vergeben, worunter bei nicht ständiger Aufsicht der Erfolg leiden kann. Ein Festpreis für 1 t Zement ist zwar für die Ermittlung des Verbrauchs und die Abrechnung bequem, trägt aber den technischen Belangen wenig Rechnung. Die Gestehungskosten sind abhängig von der Verpreßleistung; diese wiederum von der Aufnahmefähigkeit des Gebirges an Zement.

Im Zusammenhang hiermit steht auch der Verdünnungsgrad des Zement-Wassergemisches; denn je mehr Wasser mit dem Zement zusammen verpreßt werden muß, desto mehr Zeit und Kosten erfordert die Arbeit. In welchem Maße nun diese Werte schwanken und wie schwierig es ist, einen gerechten Preis zu berechnen, zeigt die nachstehende Tabelle Abb. 17.

Aufnahme an Zement und Verpreßleistung bei der Abdichtung verschiedener Talsperren:

I. Felsuntergrund					
Bezeichnung des Bauwerkes	Gebirgsart	Zement- aufnahme für 1 m Einpreßloch in kg	Verpreßleistung je Betriebsstunde		
			Zement kg	Z/Wasser- Gemisch l	Einpreß- loch m
A Bever-Talsperre	Devonschiefer	125	405	570	3,25
B Ecker-Talsperre im Harz . .	Gabbro	25	42	227	1,70
C Rappbode-Sperre bei Wendefurth im Harz	Wissenbacher Schiefer	24	120	—	5,00
D Donau-Unterwasserkraftwerk Ybbs-Persenbeug	Gneis	58	125	—	2,18
E Möhne-Talsperre	Cyklopen-Mauerwerk	8	43	—	5,20
F Stuibach-Sperre bei Oetzal/Tirol	Gneis	16	187	282	12,00
II. Geschütteter Boden oder Lockergestein					
G Senkkastengründung Hafen Brest (Bretagne) .	Seeschlamm	176	272	330	1,54
H Inn-Kraftwerk bei Kirchbichl	Flußkies	2163	271	380	0,13
I Staubecken bei Wermelskirchen . . .	lehmiger Kiessand	125	252	354	2,00
K Mittl.-Isar-Kanal	lehmiger Kiessand	85	110	154	1,30
L Hafen Brest (Bretagne) .	geschütteter Schotter	563	316	445	0,56

Abb. 17. Aufnahme an Zement.

Abb. 17 liegt die Auswertung von 11 ausgeführten Abdichtungsarbeiten zugrunde. Schon die Unterschiede in der Aufnahmefähigkeit felsigen Untergrundes sind zu groß, um einen Preis je Tonne verarbeiteten Zementes ohne großen Risikozuschlag abgeben zu können. Ein angemessener Preis läßt sich nur dann veranschlagen, wenn Zement-Aufnahme und Verpreßleistung durch einen Großversuch vorher ermittelt wurden; auch dann bleibt noch das Wagnis des geologisch und tektonisch bedingten Wechsels der Klüftigkeit im großen Bereich einer Talsperre. Die Tabelle zeigt gewisse Abhängigkeit von Aufnahmefähigkeit des Gebirges und Verpreßleistung; wie zu erwarten, wird im allgemeinen desto mehr Zement in der Betriebsstunde verpreßt, je größer das Schluckvermögen der Einpreßlöcher ist.

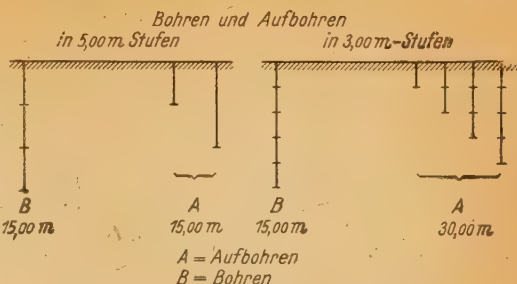


Abb. 16. Aufbohren in 5m- und 3m-Stufen.

Der Preis je cbm Einpreßgemisch schaltet zwar das Wagnis des unerwünschten, aber notwendigen Wassertransportes aus, trägt aber den übrigen, oben erwähnten Belangen keine Rechnung. Man hat deshalb den Ausweg gefunden, daß bei besonders geringer Aufnahme ein Mindestpreis je m verpreßten Bohrloches vergütet wird. Bleibt die Entschädigung für den cbm Gemisch unter diesem Mindestpreis je m, so tritt letzterer in Kraft.

Noch größer sind die Wertunterschiede in geschütteten Böden oder Lockergesteinen, wie die Zahlen der Tabelle G bis L zeigen. Der Grund für die geringe Verpreßleistung bei H trotz der großen Zementaufnahme ist in dem Fehlen einer leistungsfähigen Preßpumpe und eines mechanischen Zement-Rührwerks zu suchen. Im übrigen läßt sich wieder der Zusammenhang zwischen Verpreßleistung und Zementaufnahme feststellen.

Am meisten gerecht wird den technischen Erfordernissen eine Preisvereinbarung nach geleisteten Betriebsstunden. Der Zementverbrauch, Verdünnungsgrad, Druck usw. werden besonders beobachtet und eingetragen. Dieses Verfahren macht eine ständige Beaufsichtigung erforderlich, die aber bei den Verpreßarbeiten ohnehin erwünscht ist, um Gewähr für gewissenhafte Ausführung zu haben. Der Zement wird gewöhnlich vom Bauherrn kostenlos angeliefert, während Chemikalien und chemische Zusätze zum Zement vom Unternehmer beigestellt werden.

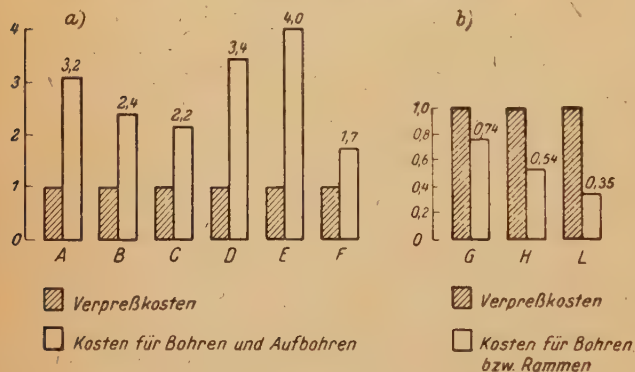


Abb. 18. Verhältnis von Bohr- und Verpreßkosten.

Eine relative Größenordnung der Kosten für Bohren einerseits und für Verpressen andererseits vermittelt die graphische Darstellung in Abb. 18, der die Objekte der vorstehenden Tabelle zugrunde gelegt sind.

Bei Abdichtungsarbeiten in felsigem Baugrund überwiegen einheitlich die Kosten für das Bohren der Einpreßlöcher diejenigen für das Einpressen der Dichtungsmittel, während in Lockergestein das Verhältnis im allgemeinen, jedoch nicht ausnahmslos, umgekehrt liegt. Bei „G“ mußten über 10 m tiefe Löcher gebohrt werden, um den die Fundamente unterlagernden Seeschlamm zu erreichen, der ausgespült und durch Zement ersetzt wurde. Sonst dürfte bei der Verfestigung und Abdichtung von losem Boden wie Sand, Kies oder Schotter das gewöhnlich durch Rammen oder Einspülen bewerkstelligte Niederbringen der Einpreßrohre geringere Kosten verursachen, als das Einpressen der Dichtungsmittel. Die Kosten für diese selbst sind bei Ermittlung der Relativwerte nicht berücksichtigt. — Vgl. „H“ und „L“.

Die Untergrundabdichtung wird bei Talsperren und Großwasserbauten häufig an Spezialunternehmer vergeben; in der Ausschreibung fehlt aber gewöhnlich in dem betr. Kapitel eine Position für „erste Einrichtung“ und „Abbruch“ der Bohr- und Verpreßeinrichtung. Der Nachunternehmer ist dann gezwungen, die hierfür entstehenden Kosten in den Bohr- und Verpreßpreis einzurechnen, was zu unübersichtlicher Preisgestaltung führt; denn die Aufwendungen für Transporte, Gerüstbau usw. sind, je nach Lage der Baustelle im Hochgebirge, Mittelgebirge oder Flachland natürlich sehr verschieden. Es empfiehlt sich deshalb, in dem Teil „Abdichtung“ der Ausschreibung die Angebotspreise für Auf- und Abbau gesondert auszuwerfen.

Literaturverzeichnis.

Ansp.:	Seite i. Text	Verfasser, Zeitschrift, Jahrgang usw.
1)	5	James S. Lewis, „Method of sealing dam foundations“, Sept. 1936. Schweizer Bau- blatt 45 (1942).
2)	5	Z. d. VdI 87 (1943), Heft 9/10.
3)	5	Berg- und Hüttenm.Mon.hefte 89 (1941), Heft 6 u. 7.
4)	5	Berg- und Hüttenm.Mon.hefte 89 (1941), Heft 10, S. 117 ff.
5)	8	Beitr. z. angew. Geophysik 9 (1941), Heft 1, S. 139, Baug. (1937), Heft 21/22, S. 271 ff.
5a)	10	Bautechn. 20 (1942), Heft 13/14, S. 121 ff. u. S. 135 ff.
6)	10	B. u. E. 36 (1937), Heft 12, S. 193/198.
7)	12	Oel u. Kohle (1944), Heft 35/36, S. 622 ff.
8)	15	Internat. Mineralqu.-Zeitg. (1930), Heft 9.
9)	15	Kali u. verw. Salze 24 (1930), Heft 6.
10)	15	Bautechn. 11 (1933), Heft 33.
11)	15	Kohle u. Erz (1930), Heft 22.
12)	15	Bautechn. 17 (1939), Heft 10, S. 139 ff.
13)	15	Zeitschr. f. prakt. Geologie 41 (1933), Heft 4, S. 58 ff.
14)	19	Lad: Karafiath, „Die Bodenverfestigung“.
14a)	19	Wasserkr. u. Ww. 34 (1939), Heft 15/16, S. 180/183.
15)	20	Kollbrunner-Blätter, Injektionen. Zürich 1941, Gebr. Leemann u. Co.
16)	20	Bautechn. 14 (1936), Heft 17.
17)	20	Wasserkr. u. Ww. 32 (1937), Heft 17, S. 201/05.

Die Gleichungen der Stau- und Senkungsweiten für rechteckigen und parabolischen Gerinnequerschnitt und ihre praktische Anwendung.

Von Professor Leopold R ö t h m u n d , Stuttgart.

T o l k m i t t hat unter Vereinfachungen Gleichungen für die Stau- und Senkungsweiten bei parabolischem Gerinnequerschnitt entwickelt und zur Erleichterung ihrer Anwendung für die Berechnung der Stau- und Senkungslinien die bekannten, in jedem Lehrbuch der Hydraulik enthaltenen Tabellen der Funktionswerte

$$f\left[\frac{a}{a \pm z}\right]$$

aufgestellt, wobei a die „natürliche“ Wassertiefe (bei gleichförmiger Bewegung) und $\pm z$ die durch den Stau bzw. die Absenkung entstandene Aenderung der natürlichen Wassertiefe bedeutet.¹⁾

Unter entsprechenden Vereinfachungen wurde die gleiche Aufgabe für den rechteckigen Querschnitt von R ü h l m a n n²⁾ behandelt und die Berechnung der Stau- und Senkungslinien ebenfalls durch Tabellen der Funktionswerte $\psi\left(\frac{z}{t}\right)$ vereinfacht. Hier hat z die gleiche Bedeutung wie bei T o l k m i t t und t tritt an die Stelle von a als Bezeichnung für die natürliche Wassertiefe. Man erkennt aber, daß die Rühlmann'schen Verhältniszahlen um eine Einheit kleiner sind, als die T o l k m i t t'schen. Auch die Art der Ableitung der Formeln ist bei beiden Autoren eine verschiedene. T o l k m i t t integriert die Gleichung

$$J\left[1 - \left(\frac{a}{a+z}\right)^4\right] dx = dz$$

und erhält einen leicht berechenbaren geschlossenen Ausdruck für $f\left(\frac{a+z}{a}\right)$, Rühlmann dagegen entwickelt seine Ausgangsgleichung

$$J\left[1 - \left(\frac{t}{t+z}\right)^3\right] dx = dz$$

in eine Reihe und integriert diese. Die Rühlmann'schen Funktionswerte $\psi\left(\frac{z}{t}\right)$ müssen daher mühsam aus einer unendlichen Reihe ermittelt werden. Die Funktionswerte für Stau sind bei T o l k m i t t und Rühlmann unter der Annahme berechnet, daß der Rückgewinn an kinetischer Energie vernachlässigt werden kann. Für die Senkung vernachlässigt Rühlmann ebenso den Aufwand an potentieller Energie und kommt zu einer praktisch unbrauchbaren Tabelle der Funktionswerte³⁾, da diese Vernachlässigung unzulässig ist, während T o l k m i t t unter Berücksichtigung des Energieaufwandes für die Beschleunigung eine zweite Formel und eine zweite Funktionstabelle aufstellt.

Einen klaren Ueberblick über die Ergebnisse der Berechnungen von T o l k m i t t und Rühlmann und ihre Verschiedenheiten erhält man, wenn man, wie in Abb. 1 geschehen, die Tabellenwerte als Ordinaten zu den Abszissen $y = \frac{a+z}{a}$ bzw. $1 + \frac{z}{t}$ graphisch darstellt.

Beide Kurven der Funktionswerte für den Stau gehen von $-\infty$ aus, schneiden die Abszissenachse zwischen 1,005 und 1,01 und verlaufen asymptotisch an Gerade, die von der Ordinatenachse in der Höhe 1,0 bzw. 1,416 ausgehen und unter 45° ansteigen. Sehr deutlich kennzeichnet der verschiedene Verlauf der Kurven der Funktionswerte für die Senkung die verschiedene Bedeutung der ihnen zugrundeliegenden Formeln. Auch auf der Stauseite ist ein unmittelbarer Vergleich der Rechnungsergebnisse und ihrer Auswirkung auf die Stauweiten in beiden Gerinnen nicht möglich.

Es dürfte daher von Wert sein, die folgende Studie über eine einheitliche Berechnung der Stau- und Senkungsweiten beim rechteckigen und parabolischen Querschnitt bekannt zu geben, die

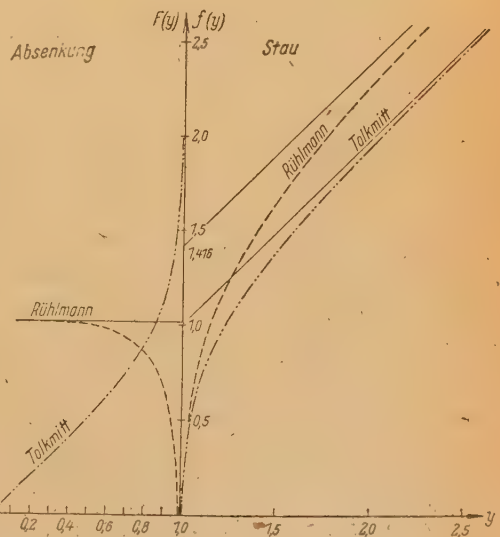


Abb. 1. Funktionswerte nach T o l k m i t t und R ü h l m a n n.

¹⁾ T o l k m i t t, Grundlagen der Wasserbaukunst, 5. Aufl. S. 106 ff. Berlin 1947, Wilh. Ernst & Sohn.

²⁾ R ü h l m a n n, Hydromechanik, 2. Aufl. S. 483. Hannover 1880.

³⁾ F o r c h h e i m e r, Hydraulik, 3. Aufl. S. 207 u. 582/583. Leipzig 1930, B. G. Teubner.

1. zu je einer allgemeinen für Stau und Senkung gültigen Formel geführt hat,
2. durch graphische Darstellung der Funktionswerte $f(y)$ bzw. $F(y)$ der relativen Wassertiefen y einen klaren Zusammenhang zwischen diesen und den Stau- und Senkungsweiten aufzeigt,
3. dem Studierenden und Praktiker die aus den Formeln für die Stauweiten gewonnene allgemeine Staukurve an die Hand gibt, die in allen Fällen gilt, wo der Rückgewinn an kinetischer Energie beim Auflaufen des Wassers im Staubereich außer Betracht bleiben kann,
4. die allgemeinen Staukurven der beiden Gerinneformen zu unmittelbarem Vergleich bringt und
5. das Problem der Absenkung mit Anwendungsbeispielen näher beleuchtet.

Die folgende Ableitung der Gleichungen der Stau- und Senkungsweiten gründet sich wie bei Tolkmitt und Rühlmann auf die Chézy'sche Gleichung

$$v = c \sqrt{RJ}$$

und erfolgt unter den gleichen Vereinfachungen wie bei diesen Autoren, aber auf anderem Wege. Dabei spielt die Grenztiefe zwischen Strömen und Schießen eine Rolle, die zum Unterschied von der größten Wassertiefe z_0 am Stauanfang bzw. der kleinsten Wassertiefe z_0 am Ende der Spiegelsenkung mit z_0^* bezeichnet werden soll. Die Ermittlung dieser Grenztiefe, die bekanntlich eintritt, wenn die Energiehöhe

$$H = z + \alpha \frac{v^2}{2g}$$

ihren Kleinstwert erreicht hat, soll deshalb zunächst für die verschiedenen Gerinneformen mit der abgekürzten Schreibweise $\frac{g}{\alpha} = g'$ aufgezeigt werden:

$$H = z + \frac{v^2}{2g'} = z + \frac{Q^2}{2g'F^3}; \frac{dH}{dz} = 1 - \frac{Q^2}{g'F^3} B$$

In allen Fällen ist $\frac{dF}{dz}$ gleich der Wasserspiegelbreite B . $\frac{dH}{dz} = 0$ führt zu der allgemeinen Gleichung

$$\frac{F_0}{B_0} = \frac{Q^2}{g'F_0^3} = \frac{v_0^2}{g'} = z_{0m}^* \dots \dots \dots (1)$$

Mit Worten: Die Grenztiefe zwischen Strömen und Schießen ist immer dann vorhanden, wenn die mittlere auf die Wasserspiegelbreite bezogene Wassertiefe, d. i. die Höhe des rechteckigen Querschnittes, der mit dem Wasserquerschnitt flächengleich ist und die Wasserspiegelbreite zur Grundlinie hat — doppelt so groß ist, wie die Geschwindigkeitshöhe.

Rechteck:

$$z_{0m}^* = z_0^* = \frac{Q^2}{g'B_0^3 z_0^{*3}}; z_0^* = \sqrt[3]{\frac{(Q^2)^2}{B_0^2} \frac{1}{g'}} \dots \dots \dots (2)$$

Parabel:

$$B = 2\sqrt{2p} z^{1/2}; F = \frac{4}{3}\sqrt{2p} z^{3/2};$$

$$F^3 = \frac{32}{9} p z^3; \frac{dF}{dz} = B$$

$$z_{0m}^* = \frac{2}{3} z_0^* = \frac{9 Q^2}{32 p g' z_0^{*3}}; z_0^* = \sqrt[4]{\frac{27 Q^2}{64 p g'}} \dots \dots \dots (3)$$

Trapez:

Eine exakte Lösung ist nicht möglich. Die mittlere Grenztiefe

$$z_{0m}^* = \frac{F_0}{B_0} = \frac{v_0^2}{g'}$$

wird am einfachsten durch Probieren, oder unter Annahme verschiedener Werte z durch Bestimmung des Schnittpunktes der z_m - und $\frac{v^2}{g'}$ -Linie gefunden.

Mit den Bezeichnungen der Abbildungen 2 a u. 2 b ergibt sich nun für Stau und Absenkung übereinstimmend:

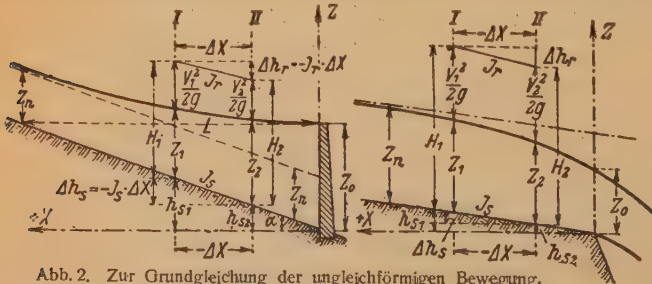


Abb. 2. Zur Grundgleichung der ungleichförmigen Bewegung.

$$\begin{aligned} -J_s \Delta x + H_1 &= H_2 - J_r \Delta x \\ -(J_s - J_r) \Delta x &= H_2 - H_1 \\ -\Delta x &= \frac{\Delta H}{J_s - J_r} \\ -dx &= \frac{dH}{J_s - J_r} \quad 4) \\ -J_s dx &= \frac{dH}{1 - \frac{J_r}{J_s}} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

4) Braun, Ueber die Bestimmung der Spiegelformen bei offenen Gerinnen. Bauingenieur 1927, H. 35.

I. Rechteckquerschnitt

$$J_r = \frac{v^2}{c^3 R} = \frac{Q^2}{c^3 B^2 z^3} \text{ mit der Vereinfachung } R = z \quad (5a)$$

$$J_s = \frac{v_n^2}{c_n^3 R_n^2} = \frac{Q_n^2}{c_n^3 B_n^2 z_n^3} \text{ mit der Vereinfachung } R_n = z_n \quad (5b)$$

$$\frac{J_r}{J_s} = \left[\frac{z_n}{z} \right]^3 \text{ mit der Vereinfachung } c = c_n = \text{const.} \quad (6)$$

$$\frac{dH}{dz} = 1 - \frac{Q^2}{g' B^2 z^3} = 1 - \left[\frac{z_0^*}{z} \right]^3 \quad (7)$$

(6) und (7) in (4) eingesetzt gibt:

$$-J_s dx = \frac{1 - \left[\frac{z_0^*}{z} \right]^3}{1 - \left[\frac{z_n}{z} \right]^3} dz \quad (8)$$

$$-J_s dx = \frac{\left(\frac{z}{z_n} \right)^3 - 1 + 1 - \left(\frac{z_0^*}{z_n} \right)^3}{\left(\frac{z}{z_n} \right)^3 - 1} dz$$

$$-J_s dx = dz + \left[1 - \left(\frac{z_0^*}{z_n} \right)^3 \right] z_n \frac{d \left(\frac{z}{z_n} \right)}{\left(\frac{z}{z_n} \right)^3 - 1} \quad (9)$$

mit dem Festwert

$$1 - \left(\frac{z_0^*}{z_n} \right)^3 = \mu \text{ und } \frac{z}{z_n} = y:$$

$$-J_s dx = dz + \mu z_n \frac{dy}{y^3 - 1} \quad (10)$$

$$\int \frac{dy}{y^3 - 1} = \frac{1}{3} \ln(y - 1) - \frac{1}{6} \ln(y^2 + y + 1) - \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2y + 1}{\sqrt{3}}$$

$$- \int \frac{dy}{y^3 - 1} = \frac{1}{6} \ln \frac{y^3 + y + 1}{y^2 - 2y + 1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2y + 1}{\sqrt{3}}$$

$$- \int \frac{dy}{y^3 - 1} = \frac{1}{6} \ln \left[1 + \frac{3y}{(y-1)^2} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2y + 1}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

$$J_s x = -z + z_n \mu \left\{ \frac{1}{6} \ln \left[1 + \frac{3y}{(y-1)^2} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2y + 1}{\sqrt{3}} \right\} + C^{**} \quad (12)$$

$$C = z_0 - z_n \mu \left\{ \frac{1}{6} \ln \left[1 + \frac{3y_0}{(y_0-1)^2} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2y_0 + 1}{\sqrt{3}} \right\} \quad (13)$$

Mit

$$\frac{1}{6} \ln \left[1 + \frac{3y}{(y-1)^2} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2y + 1}{\sqrt{3}} = F(y) \quad (14a)$$

$$\frac{1}{6} \ln \left[1 + \frac{3y_0}{(y_0-1)^2} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2y_0 + 1}{\sqrt{3}} = F(y_0) \quad (14b)$$

erhält man die allgemeine Gleichung der Stau- und Senkungsweiten zwischen den Wassertiefen z_0 und z zu:

$$x_{z_0, z} = \frac{z_n}{J_s} \left[y_0 - y + \mu \{ F(y) - F(y_0) \} \right] \quad (15)$$

II. Parabelquerschnitt

$$J_r = \frac{v^3}{c^3 R} = \frac{Q^3 u}{c^3 F^3} = \frac{Q^2 B}{c^3 F^3} = \frac{27}{64} \frac{Q^3}{p c^3 z^4} \text{ mit der Vereinfachung } u = B \quad (16a)$$

$$J_s = \frac{v_n^3}{c_n^3 R_n} = \frac{Q^3 u_n}{c_n^3 F_n^3} = \frac{Q^2 B_n}{c_n^3 F_n^3} = \frac{27}{64} \frac{Q^3}{p c_n^3 z_n^4} \text{ mit der Vereinfachung } u_n = B_n \quad (16b)$$

$$\frac{J_r}{J_s} = \left[\frac{z_n}{z} \right]^4 \text{ mit der Vereinfachung } c = c_n = \text{const.}$$

$$\frac{dH}{dz} = 1 - \frac{Q^3 B}{g' F^3} = 1 - \frac{27}{64} \frac{Q^3}{p g' z^4} = 1 - \left[\frac{z_o^*}{z} \right]^4 \quad (18)$$

$$(17) \text{ und } (18) \text{ in } (4) \text{ eingesetzt gibt} \quad -J_s dx = \frac{1 - \left(\frac{z_o^*}{z} \right)^4}{1 - \left(\frac{z_n}{z} \right)^4} dz \quad (19)$$

$$-J_s dx = dz + \left[1 - \left(\frac{z_o^*}{z_n} \right)^4 \right] z_n \frac{d \left(\frac{z}{z_n} \right)}{\left(\frac{z}{z_n} \right)^4 - 1}$$

$$-J_s dx = dz + \mu z_n \frac{dy}{y^4 - 1} \text{ mit } \mu = 1 - \left(\frac{z_o^*}{z_n} \right)^4 \text{ u. } \frac{z}{z_n} = y \quad (20)$$

$$-J_s dx = dz + \mu z_n \left[\frac{1}{4(y-1)} - \frac{1}{4(y+1)} - \frac{1}{2(y^2+1)} \right] dy \quad (21)$$

$$J_s x = -z + \mu z_n \left[\frac{1}{4} \ln \frac{y+1}{y-1} + \frac{1}{2} \arctg y \right] + C \quad (22)$$

für $x = 0$ wird $z = z_o$ und $y = y_o$, somit

$$C = z_o + \mu z_n \left[\frac{1}{4} \ln \frac{y_o+1}{y_o-1} + \frac{1}{2} \arctg y_o \right] \quad (23)$$

Der Nenner $y-1$ bzw. y_o-1 im logarithmischen Ausdruck wird nur positiv für Werte $y > 1$, d. h. für die Stauung, dagegen negativ für die Absenkung, deren relative Wassertiefen alle unter dem Wert 1 liegen. Im letzteren Falle wird die Konstante so bestimmt, daß der logarithmische Wert positiv wird in der Form

$$\frac{1}{4} \ln \frac{y+1}{-y+1}$$

So ergibt sich die allgemeine Gleichung der Stau- und Senkungsweiten zwischen den Wassertiefen z und z_o zu:

$$x_{z_o, z} = \frac{z_n}{J_s} \left[y_o - y + \mu \left\{ \left[\frac{1}{4} \ln \frac{y+1}{\pm y \mp 1} + \frac{1}{2} \arctg y \right] - \left[\frac{1}{4} \ln \frac{y_o+1}{\pm y_o \mp 1} + \frac{1}{2} \arctg y_o \right] \right\} \right] \quad (24)$$

Mit

$$\frac{1}{4} \ln \frac{y+1}{\pm y \mp 1} + \frac{1}{2} \arctg y = f(y) \quad (25a)$$

$$\frac{1}{4} \ln \frac{y_o+1}{\pm y_o \mp 1} + \frac{1}{2} \arctg y_o = f(y_o) \quad (25b)$$

nimmt die allgemeine Gleichung die Form an:

$$x_{z_o, z} = \frac{z_n}{J_s} \left[y_o - y + \mu \{ f(y) - f(y_o) \} \right] \quad (26)$$

III. Stauweiten und Staulinien

Die Auswertung der gewonnenen Gleichungen für $f(y)$ und $F(y)$ für die relativen Wassertiefen $y = 10$ bis $y = 1$ ergibt zunächst die in den folgenden Tabellen 1 und 2 unter Spalte 2 enthaltenen Funktionswerte für die Berechnung der Stauweiten. Gibt man der natürlichen Wassertiefe z_n und dem Sohlgefälle den Wert 1, so folgen aus den Gleichungen 15 und 26 die Gleichungen der Einheitsstauweiten:

$$x' = y_0 - y + [F(y) - F(y_0)] \quad (15a)$$

$$x' = y_0 - y + [f(y) - f(y_0)] \quad (26a)$$

und man erkennt aus der in Abb. 3 gegebenen Darstellung der Funktionswerte, daß die Einheits-Stau-

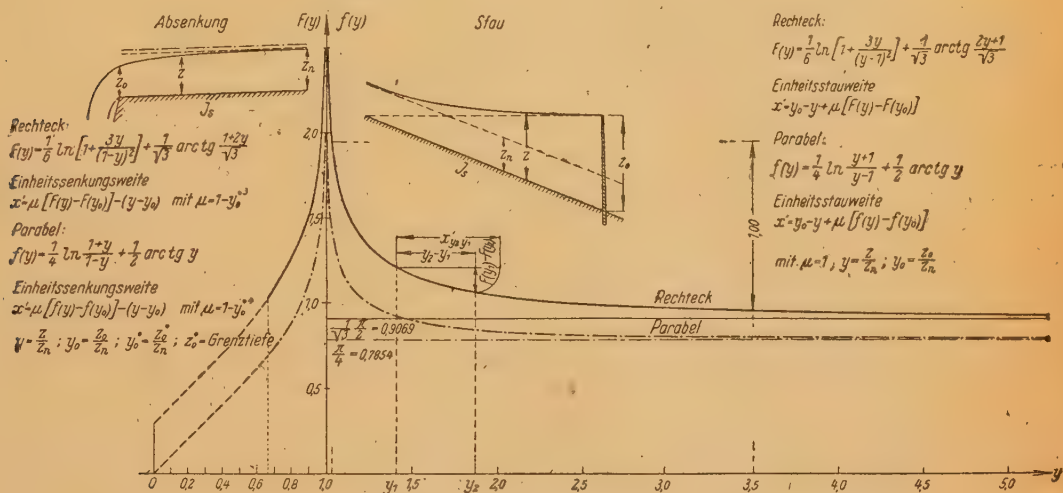


Abb. 3. Funktionswerte nach Rothmund.

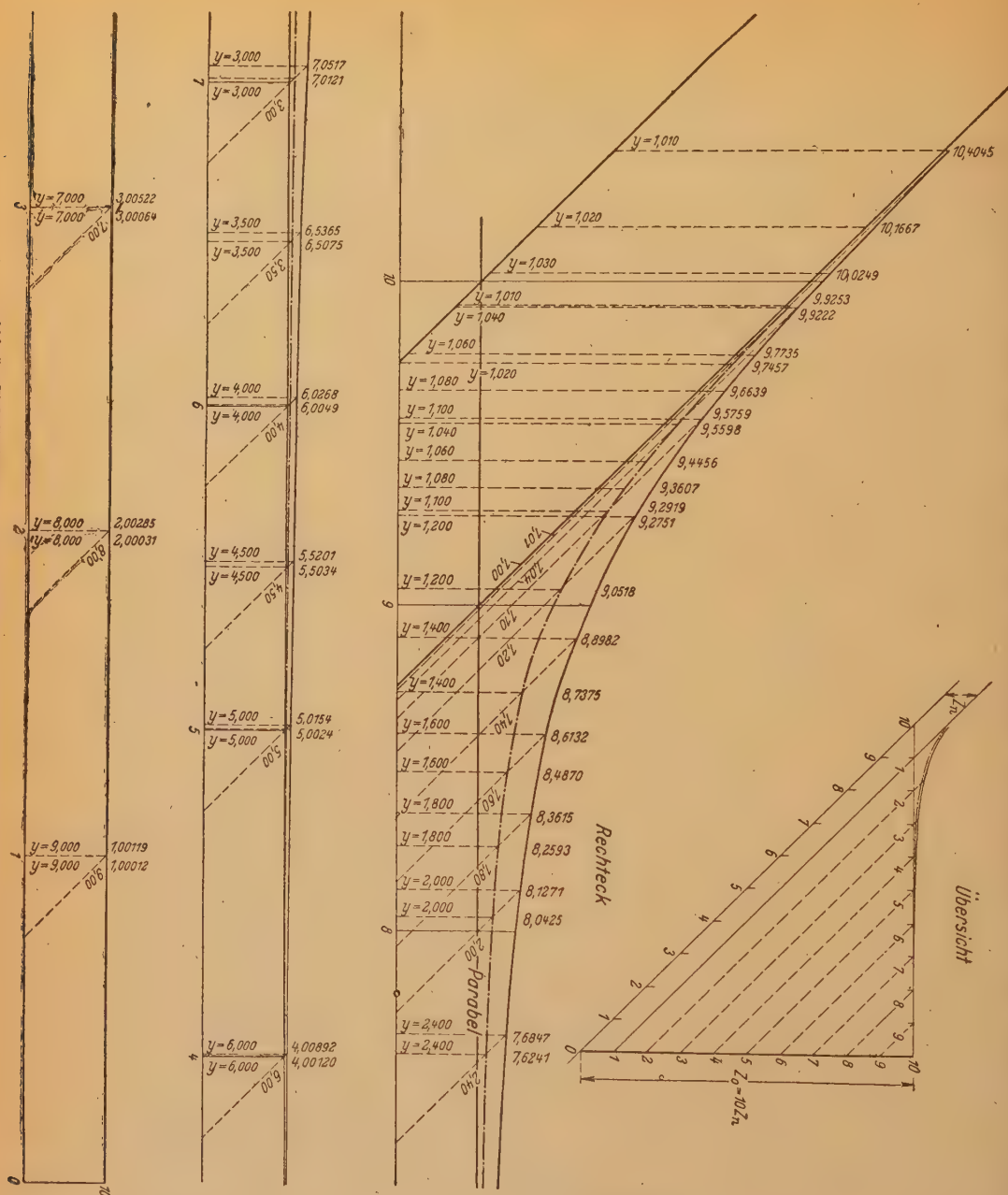
weite zwischen zwei relativen Wassertiefen y_1 und y_2 sich als die Summe der Abszissen- und Ordinatendifferenz der Linien der Funktionswerte auf der Strecke $y_2 - y_1$ ergibt, wenn man den Beiwert $\mu = 1$ setzt, d. h. den Energierückgewinn vernachlässigt. Da die Wassertiefe bei waagerechten Stau sich geradlinig ändert, so kann man die Abszissen als die Stauweiten für den hydrostatischen Stau bezeichnen. Die Erhebung des Stauspiegels über die Waagerechte hängt somit lediglich von der Ordinaten-differenz ab. In dem Tiefenbereiche, wo die $f(y)$ -Werte keine meßbaren Unterschiede aufweisen, bleibt der Wasserspiegel waagrecht. Mit wachsendem Ordinatenunterschied wachsen auch die Stauweiten, die Staulinie erhebt sich über den hydrostatischen Stauspiegel. Man kann daher die Staulinie aus der $f(y)$ -Linie in einfacher Weise konstruieren, indem man an jedem Abszissenabschnitt den Ordinatenunterschied $f(y) - f(y_0)$ flussaufwärts waagrecht anträgt und mit der entsprechenden parallel zur Flußsohle verlaufenden Tiefenlinie zum Schnitt bringt. Aus den vorstehenden Darlegungen folgt die Erkenntnis, daß es bei Vernachlässigung des Energierück-gewinns für jede der beiden Querschnittsformen nur eine einzige Staulinie gibt, die man als die allge-meine Staukurve bezeichnen kann. Die in Abb. 5 dargestellten Staukurven gelten somit für alle vorkommenden Fälle, in denen man die mathematischen Formeln für die Berechnung der Stauweiten anwenden und den Energierückgewinn unberücksichtigt lassen kann.

Die graphische Darstellung und die Berechnung der beiden Staukurven erstrecken sich über den Bereich von der 10fachen natürlichen Wassertiefe bis zum Stauende beim Uebergang in die natürliche Wassertiefe. Man erkennt daraus, daß der Stauspiegel flussaufwärts im Rechteckquerschnitt erst von $y = 8$ und im Parabelquer-schnitt erst von $y = 6$ an über die Waagerechte sich zu erheben beginnt, daß es also zwecklos wäre, die all-gemeine Staukurve flussabwärts über größere Wassertiefen als $10 z_n$ auszudehnen und daß der Energierück-gewinn im Bereich der großen Wassertiefen belanglos ist (sehr kleine Ordinatenunterschiede auf lange Strecken). In Spalte 3 der Tabellen 1 und 2 sind die Einheits-Stauweiten

$$x' = (y_0 - y) + [F(y) - F(y_0)] \text{ bzw. } x' = (y_0 - y) + [f(y) - f(y_0)]$$

von $y_0 = 10$ bis zu jedem in Spalte 1 angegebenem Wert von y berechnet. Mit ihrer Hilfe kann für jeden anderen Staubeginn bei der Tiefe y_1 die Stauweite bis zu jeder Tiefe y bestimmt werden, indem man die Differenz der beiden den Tiefen y und y_1 entsprechenden Stauweiten mit $\frac{z_n}{J_s}$ multipliziert.

Abb. 5. Einheitsstaulinien für rechteckiges und parabolförmiges Gerinne.



Für die Bestimmung der praktischen Stauweite ist folgende aus den Linien der Funktionswerte greifbare Feststellung von Wichtigkeit: Wo auch im Bereich der allgemeinen Staukurve die Wehrstelle $y_0 = \frac{z_0}{z_n}$ gefunden wird, immer kann die Staubrechnung so weit an den Wert $y = 1$ herangetrieben werden, daß der Ordinatenunterschied $f(y_e) - f(y_0) = 1$ wird. Da dann

$$y_e \approx \frac{z_n}{z_n} \approx 1$$

ist, so ergibt sich die praktische Stauweite zu

$$L = \frac{z_n}{J_s} [y_0 - 1 + 1] = \frac{z_n}{J_s} \frac{z_0}{z_n} = \frac{z_0}{J_s}$$

in Uebereinstimmung mit der Tolkmitt'schen Feststellung, daß das Stauende praktisch an der Stelle anzunehmen ist, wo die Waagerechte in Stauzielhöhe am Wehr die Flußsohle trifft. Nur diese Berechnungsweise gibt einen Begriff davon, wie weit sich der Stau erstreckt, und man kann sich zur weiteren Klarstellung noch Rechenschaft darüber geben, um welches Maß die Wassertiefe z_e am ermittelten Stauende die natürliche Tiefe z_n

noch überschreitet, indem man zu $f(y_e) = f(y_0) + 1$ aus der Tabelle den Wert $y_e = \frac{z_e}{z_n}$ entnimmt.

Der Wert $f(y)$ für die Parabel strebt mit $y \rightarrow \infty$ dem Wert $\frac{\pi}{4} = 0,7854$ zu, der um 1,0 höhere Ordinatenwert liegt zwischen den Abszissen $y_e = 1,008$ und 1,009. Für den Rechteckquerschnitt wird bei $y \rightarrow \infty$ $F(y) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\pi}{2} = 0,9069$, dem um 1,0 höheren Ordinatenwert entspricht mit großer Annäherung die Abszisse $y_e = 1,036$.

Beim Rechteckquerschnitt bleibt somit — wie auch aus der graphischen Darstellung ersichtlich — in allen Fällen am Ende der praktischen Stauweite ein größerer Spielraum zwischen Stauspiegel und natürlicher Wassertiefe unberücksichtigt, als beim Parabelquerschnitt. Schließlich sei noch auf die Abb. 4 verwiesen, in der die Abb. 1 und 3 zusammengefaßt und durch gleiche Buchstaben in ihrer Größe übereinstimmende Abszissen- und Ordinatenwerte bezeichnet sind.

Beispiele für die Anwendung der Staukurven und Tabellen.

1. Ein regelmäßig gestalteter Wasserlauf, der seinen Zufluß Q bei gleichmäßigem Sohlengefälle $J_s = 1:2500$ mit der natürlichen Wassertiefe $z_n = 1,60$ m abführt, soll durch ein Wehr auf die Wassertiefe $z_0 = 7,20$ m angestaut werden:

a) Wie weit reicht der praktische Stau?

$$L = \frac{z_0}{J_s} = 7,20 \cdot 2,5 = \underline{18 \text{ km}}$$

b) Welche Wassertiefe ist am praktischen Stauende vorhanden?

$$y_0 = \frac{z_0}{z_n} = \frac{7,20}{1,60} = 4,5$$

Parabel

$$f(y_0) = 0,7891; f(y_e) = 1,7891$$

$$y_e = 1,0077; z_e = 1,0077 \cdot 1,6 = \underline{1,612 \text{ m}}$$

Rechteck

$$F(y_0) = 0,9317; F(y_e) = 1,9317$$

$$y_e = 1,033; z_e = 1,033 \cdot 1,6 = \underline{1,653 \text{ m}}$$

c) In welcher Entfernung vom Wehr ist eine Wassertiefe von 4,48 m vorhanden?

Von $y = 10$ aus gemessen ist nach den Tabellen die Einheitsstauweite:

	Parabel	Rechteck
bis zur relativen Wassertiefe $y = \frac{4,48}{1,60} = 2,8 \dots \dots \dots x' =$	7,2150	7,2603
bis zur Wehrstelle $y_0 = \frac{7,20}{1,60} = 4,5 \dots \dots \dots x'_0 =$	5,5034	5,5201
also die Einheitsstauweite zwischen $y = 2,8$ u. $y_0 = 4,5 \Delta x' =$	1,7116	1,7402
und mit $\frac{z_n}{J_s} = 1,6 \cdot 2,5 = 4 \text{ km } l = 1,7116 \cdot 4 =$	<u>6,846 km</u>	
bzw. $l = 1,7402 \cdot 4 =$		<u>6,961 km</u>

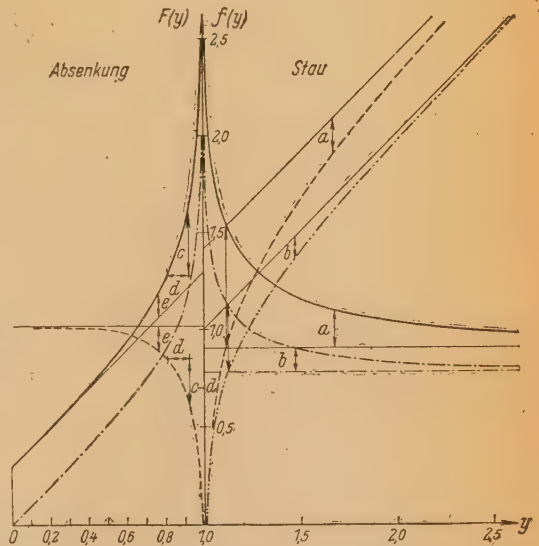


Abb. 4. Vergleich der Funktionswerte nach Tolkmitt-Rühlmann und Rothmund.

32 Die Gleichungen der Stau- und Senkungsweiten für rechteckigen und parabolischen Gerinnequerschnitt usw.

2. Wenn in dem unter 1. gegebenen Wasserlauf im Abstand von 6 km vom Wehr die Wassertiefe von 4,0 m nicht überschritten werden darf, wie hoch dann gestaut werden?

$$= 6 \text{ km}; y = \frac{4,0}{1,6} = 2,5; f(y) = 0,8070; F(y) = 0,9890$$

$$= \frac{z_n}{J_s} \left[y_0 - y + f(y) - f(y_0) \right]$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{J_s}{z_n} + y - f(y) &= y_0 - f(y_0) \\ \frac{1J_s}{z_n} + y - F(y) &= y_0 - F(y_0) \end{aligned} \right\} \text{ mit } \frac{1J_s}{z_n} = \frac{6}{2,5 \cdot 1,6} = 1,5$$

$$1,5 + 2,5 - 0,8070 = y_0 - f(y_0) = 3,193; 1,5 + 2,5 - 0,9890 = y_0 - F(y_0) = 3,011.$$

Zieht man in der Darstellung der Funktionswerte durch den Nullpunkt des Achsenkreuzes eine unter 45° ansteigende Gerade, so können die Ordinatenunterschiede 3,193 bzw. 3,011 zwischen der Geraden und den Linien der Funktionswerte festgestellt und die zugehörigen y_0 -Werte abgelesen werden. Rein rechnerisch ergibt sich anhand der Tabellen folgende Lösung:

	Parabel	Rechteck
Von $y_a = 10,0$ bis $y = 2,5$ sind die Einheitsstauweiten $x' = 7,5213$		7,5774
$\Delta x' = 6 \frac{J_s}{z_n} = \frac{6}{4} = 1,500$	$\Delta x' = 1,5000$	1,5000
	$x'_0 = 6,0213$	6,0774
bis $y = 4,0$ ist $x' = 6,0049$		6,0268
bis $y = 3,5$ ist $x' = 6,5075$		6,5365

Da die Kurven der Funktionswerte zwischen $y = 4,0$ und $3,5$ praktisch geradlinig verlaufen, wird durch geradlinige Interpolation gefunden

	$y_0 = 3,984$	3,950
und $z_0 = 1,6 \cdot 3,984$	$= 6,37 \text{ m}$	
bzw. $z_0 = 1,6 \cdot 3,950$	$=$	6,32 m
Probe:	$y_0 = 3,984$	3,950
	$f(y_0) = 0,791$	0,939 = $F(y_0)$
	$\Delta = 3,193$	3,011

in Uebereinstimmung mit den obigen Werten.

3. Von besonderem Vorteil ist die Benutzung der allgemeinen Staukurve für die rasche übersichtliche Lösung der Aufgabe, für ein Laufwerk mit Triebwasserkanal die der wechselnden Wasserlieferung entsprechende Gefälldauerlinie zu ermitteln. Ein Triebwasserkanal von 16,8 km Länge von hydraulisch günstigem Trapezquerschnitt mit $1\frac{1}{2}$ füßigen betonierten Böschungen führt seine größte Betriebswassermenge $Q_{\max} = 150 \text{ m}^3/\text{sec}$ mit gleichförmiger Geschwindigkeit bei einem Sohlengefälle $J_s = 0,12 \text{ ‰}$ mit der natürlichen Wassertiefe $z_n = 7,00 \text{ m}$ ab.

$$\text{Sohlenbreite } b = (M - m) z_n = 0,606 \cdot 7,00 = 4,24 \text{ m}$$

$$\text{Spiegelbreite } B = (M + m) z_n = 3,606 \cdot 7,00 = 25,24 \text{ m}$$

$$F = 14,74 \cdot 7,00 = 103,18 \text{ m}^2$$

mit $m = 1,5$ und $M = 2\sqrt{1 + m^2} - m = 2 \cdot 1,803 - 1,5 = 2,106$.

Für die Beförderung von nur $50 \text{ m}^3/\text{sec}$ im Kanal wäre bei gleichförmiger Bewegung nur eine natürliche Wassertiefe $z_n = 4,24 \text{ m}$ erforderlich.

Wie stellt sich bei der Verarbeitung des Zuflusses von $50 \text{ m}^3/\text{sec}$ im Werk am Kanalende der Wasserspiegel ein, wenn am Kanaleinlauf die Wassertiefe auf $z_e = 7,00 \text{ m}$ gehalten wird, wie es ein geordneter Betrieb verlangt?

Für die vereinfachte Lösung der Aufgabe mit Hilfe der Gleichung der Stauweiten kommt nur die Wahl eines parabelförmigen Ersatzquerschnittes an Stelle des trapezförmigen in Frage. Ein rechteckiger Querschnitt würde zu weit vom tiefen Trapezgerinne abweichen. Wie aus Abb. 6 ersichtlich, läßt sich eine nah an den Trapezquerschnitt herankommende Parabel finden, wenn man von der Uebereinstimmung der Querschnittsfläche und

Wasserspiegelbreite bei der natürlichen Wassertiefe von 7,00 m bei $Q_{\max} = 150 \text{ m}^3/\text{sec}$ ausgeht. Ginge man von der natürlichen Wassertiefe $z_n = 4,24 \text{ m}$ für den Zufluß von $50 \text{ m}^3/\text{sec}$ aus, so ergäbe sich eine Parabel, die im Staubereich viel zu kleine Spiegelbreiten aufwiese. Die Lage des Parabelscheitels errechnet sich in der üblichen Weise zu

$$z = \frac{3 F}{2 B} = \frac{3 \cdot 103,18}{2 \cdot 25,24} = 6,14 \text{ m}$$

Für den Abfluß von $50 \text{ m}^3/\text{sec}$ in diesem Ersatzquerschnitt erhält man mit dem Rauigkeitsbeiwert $\gamma = 0,46$ nach Bazin die natürliche Wassertiefe $z_n = 3,60 \text{ m}$.

Im Gegensatz zu den gewohnten Stauaufgaben, bei denen von der relativen Wassertiefe y_0 am Wehr ausgegangen wird, ist hier die relative Wassertiefe $y_e = \frac{6,14}{3,60} = 1,705$ und die wahre Länge $L = 16,8 \text{ km}$ gegeben, aus der sich die relative Kanallänge L' berechnet zu

$$L' = L \frac{J_s}{z_n} = \frac{16,8 \cdot 0,12}{3,6} = 0,560$$

Der Rechnungsgang ist der gleiche, wie in Aufgabe 2:

$$y_0 - f(y_0) = \frac{L J_s}{z_n} + y_e - f(y_e) \quad f(y_e) = 0,8564$$

$$y_0 - f(y_0) = 0,560 + 1,705 - 0,8564 = 1,4086.$$

Zieht man in der Darstellung der Funktionswerte durch den Punkt $y = 0$ eine unter 45° ansteigende Gerade, so können die Abszisse y_0 und der zugehörige Ordinatenwert $f(y_0)$ dort abgelesen werden, wo der Ordinatenunterschied zwischen der Geraden und der Linie der Funktionswerte den Wert 1,4086 aufweist.

Rein rechnerisch kommt man, anhand der Tabelle 2 wie folgt zum Ziel:

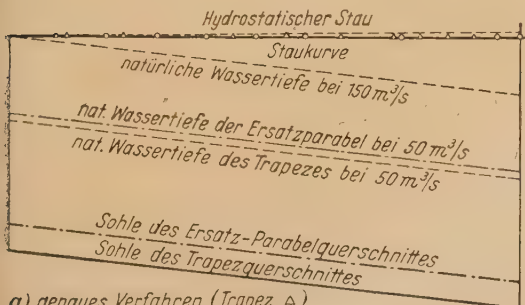
	y	x'	Probe:
$y_e = 1,705 \rightarrow x'_e = 8,3657$	2,2	7,8316	$y_0 = 2,225$
$-L' = 0,560$	2,225	7,8057	$f(y_0) = 0,8164$
$y_0 = 2,225 \leftarrow x'_0 = 7,8057$	2,3	7,7275	$\Delta = 1,4086$

Die Staukurve bei einem Zufluß von nur $50 \text{ m}^3/\text{sec}$ liegt somit im parabolischen Gerinne zwischen den relativen Wassertiefen 1,705 und 2,225. Die wirkliche Wassertiefe am Kraftwerk ist

$$z_0 = 2,225 \cdot 3,60 + 0,86 = 8,88 \text{ m},$$

worin der Wert 0,86 m die Wassertiefendifferenz zwischen parabelförmigem und trapezförmigem Querschnitt bei $z = 7,00 \text{ m}$ berücksichtigt.

Die Gefällszunahme beträgt somit $8,88 - 7,00 = 1,88 \text{ m}$ gegenüber der größten Wasserführung. Nach diesem Verfahren läßt sich in einfacher Weise zur Wassermengendauerlinie die Gefällsdauerlinie eines Kanalkraftwerkes ermitteln. Voraussetzung dabei ist aber, daß der Triebwasserkanal mit waagerechter Oberkante angelegt wird, damit die Gefällszunahme bei abnehmender Wasserlieferung voll ausgenützt werden kann.



- a) genaues Verfahren (Trapez Δ)
b) vereinfachtes Verfahren (Ersatzparabel $\circ$)

Abb. 7. Vergleichende Darstellung der Staukurven.

- a) genaues Verfahren (Trapez),
b) vereinfachtes Verfahren (Ersatzparabel).

Die Einheitssenkungsweite zwischen den relativen Wassertiefen y und y_0 stellt sich somit als die mit dem Beiwert μ verkleinerte und um den Abszissenunterschied

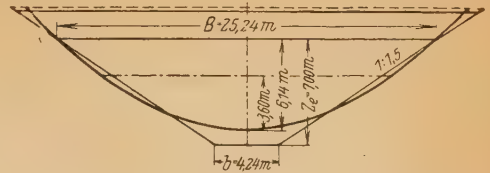


Abb. 6. Querschnitt zum Beispiel des Triebwasserkanals.

Um einen Begriff davon zu bekommen, wie weit das vorstehend eingeschlagene vereinfachte Verfahren mit der Ersatzparabel von der genauen Staukurvenberechnung für das Trapezgerinne abweicht, ist in den Tabellen 4 und 5 die Berechnung nach beiden Verfahren durchgeführt und das Ergebnis in der Abb. 7 dargestellt. Die Übereinstimmung ist ausgezeichnet, womit die Zulässigkeit der getroffenen Vereinfachungen erwiesen ist.

IV. Senkungsweiten und Senkungslinien.

Da bei der Senkung des Wasserspiegels die relative Wassertiefe $y_0 < y$, die Differenz $y_0 - y$ also negativ wird, so schreibt man die Gleichungen der Einheits-senkungsweiten am einfachsten in der Form

$$x''_{z_0 z} = \mu [f(y) - f(y_0)] - (y - y_0) \dots (26 b)$$

$$x''_{z_0 z} = \mu [F(y) - F(y_0)] - (y - y_0) \dots (15 b)$$

34 Die Gleichungen der Stau- und Senkungsweiten für rechteckigen und parabolischen Gerinnequerschnitt usw.

verminderte Ordinatendifferenz dar. Die Funktionswerte $f(y)$ bzw. $F(y)$ sind für die relativen Wassertiefen $y < 1$ in Abb. 3 dargestellt und in der Tabelle 3 zusammengetragen. Sie stimmen für die Parabel mit den Tolkmitt'schen überein. Die Rühlmann'schen Werte dagegen sind für die Berechnung der Senkungslinien nicht verwendbar, da der Aufwand an Beschleunigungsenergie nicht vernachlässigt werden kann, die Abszissen- und Ordinatenwerte also getrennt in der Berechnung erscheinen müssen. Die Gleichung der Senkungsweiten verliert ihre Gültigkeit, wenn

$$\mu = 1 - \left(\frac{z_0^*}{z_n}\right)^3 \text{ bzw. } 1 - \left(\frac{z_0^*}{z_n}\right)^4 = 0$$

wird, d. h. wenn das Sohlengefälle so groß ist, daß die Grenzgeschwindigkeit eintritt und $z_n = z_0^*$ wird. Der zweite Grenzfall ergibt sich aus der Gleichung 7 bzw. 18, wenn $\frac{dH}{dz} = 0$ oder

$$\left(\frac{z_0^*}{z}\right)^3 \text{ bzw. } \left(\frac{z_0^*}{z}\right)^4 = 1$$

wird, d. h. wenn die Spiegelsenkung bei der Grenzwassertiefe z_0^* angelangt ist.

Anmerkung: Bei Tolkmitt ist der Faktor μ zu $1 - \frac{J_s}{g}$ bestimmt, wie er durch Vergleich von 5 b mit 7 bzw. 16 b mit 18 erhalten wird. $\mu = 0$ gesetzt, gibt

$$\frac{J_s c^2}{g} = 1$$

$$\text{oder mit } J_s = \frac{v^2}{c^2 R}$$

$$\frac{v^2}{g} = R = z \text{ für das Rechteck}$$

$$\frac{v^2}{g} = R = \frac{F}{B} = \frac{2}{3} z \text{ für die Parabel.}$$

Hierzu ist zu bemerken, 1. daß c in $\frac{J_s c^2}{g}$ nicht variabel ist und daher nicht mit einem „Mittelwert“ in die Rechnung eingeführt werden darf, sondern dem Festwert c_n bei der natürlichen Wassertiefe entspricht, 2. daß es sich nicht um den „Profilradius R “, sondern um die mittlere Grenzwassertiefe handelt, die infolge der Vereinfachung „benetzter Umfang gleich Wasserspiegelbreite“ mit dem Wert des hydraulischen Radius übereinstimmt⁵⁾.

Beispiele für die Anwendung der Gleichungen der Senkungsweiten und der Tabelle der Funktionswerte (Tab. 3).

Vorbemerkung. In den folgenden Berechnungen wird für α in $g' = \frac{g}{\alpha}$ ein konstanter Mittelwert $\alpha = 1,09$ angenommen, womit $g' = 9,0$ wird. Alle auf das Sohlengefälle J_s und die natürliche Wassertiefe z_n bezüglichen Faktoren werden mit dem Index n und alle auf die Grenzwassertiefe z_0^* bezüglichen mit dem Index o bezeichnet.

1. Zur Trockenlegung einer Talsperrenbaugrube wird der Wasserlauf oberhalb gestaut und mit einer rechteckigen Holzrinne von 7,20 m Breite über die Baugrube hinweggeleitet. Die Rinne wird auf 150 m Länge mit einem solchen Sohlengefälle angelegt, daß bei dem abzuführenden Höchstabfluß von 80 m³/sec ein hydraulisch günstiger Abflußquerschnitt von 3,60 m Tiefe mit $F = 25,92$ m² und $R = 1,80$ m entsteht. Das Sohlengefälle berechnet sich mit

$$c_n = \frac{87 \sqrt{1,8}}{0,16 + \sqrt{1,8}} = 77,73 \text{ zu } J_s = 0,8759 \text{ ‰}$$

Unterhalb der Baugrube ist eine steilere Gerinnelage möglich. Das Sohlengefälle wird so gewählt, daß der Höchstabfluß in einem hydraulisch günstigsten Rechteckquerschnitt mit der Grenztiefe und Grenzgeschwindigkeit in den Wasserlauf zurückgeleitet wird. Für die untere Rinne gilt dann:

$$z_0^{*3} = \frac{Q^2}{B^2 g'} = \frac{Q^2}{4 z_0^{*2} g'}; z_0^{*5} = \left(\frac{Q}{2}\right)^2 \frac{1}{g'} = 177,8; z_0^* = 2,818 \text{ m}$$

$$B_0 = 2 z_0^* = 5,636 \text{ m}; v_0 = \frac{Q_0}{F_0} = \frac{80}{15,88} = 5,036 \text{ m/sec}$$

$$\frac{v_0^2}{2 g'} = \frac{z_0^{*2}}{2} = 1,409 \text{ m}$$

$$c_0 = \frac{87 \sqrt{1,409}}{0,16 + \sqrt{1,409}} = 76,67; J_{s_0} = \frac{v_0^2}{c_0^2 R_0} = 3,062 \text{ ‰}$$

⁵⁾ Vgl. Tolkmitt-Zander, Grundlagen der Wasserbaukunst, 4. Aufl., S. 111, Beispiel u. S. 109 oben. Berlin 1946, Wilh. Ernst & Sohn.

Wie verläuft der Wasserspiegel beim Höchstabfluß von 80 m³/sec. Zunächst ist die Frage zu lösen, wie der Uebergang vom oberen zu dem rd. 1,60 m schmaleren unteren Gerinne erfolgen soll.

Die Grenztiefe der oberen Rinne errechnet sich zu

$$z_0^* = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2 g'}} = \sqrt[3]{\frac{80^2}{7,2^2 \cdot 9}} = 2,394 \text{ m}$$

Sie ist also geringer als die Grenztiefe $z_0^* = 2,818$ m der unteren Rinne. Die Grenzgeschwindigkeit beträgt

$$v_0 = \sqrt{z_0^* g'} = 4,642 \text{ m/sec}$$

und ist ebenfalls kleiner als die Grenzgeschwindigkeit von 5,036 m/sec in der unteren Rinne. Zu ihrer Beschleunigung auf die letztere ist eine Druckhöhe von

$$h = \frac{5,036^2 - 4,642^2}{18} = 0,212 \text{ m}$$

erforderlich.

Es ist zweckmäßig, die Beweglichkeit in der Höhenanordnung unterhalb der Baugrube dazu zu benutzen, den Spiegel in der oberen Rinne sich bis zur Grenztiefe absenken zu lassen und die konische Uebergangsrinne mit so großem Sohlengefälle anzuordnen, daß eine gleichmäßige Spiegelsenkung auf die Wassertiefe von 2,818 m entsteht.

- a) Welche Wassertiefe z_a stellt sich dann am Gerinneanfang 150 m oberhalb der tiefsten Absenkung ein?

$$\frac{x J_s}{z_n} = \mu [F(y_a) - F(y_0^*)] - y_a + y_0^*$$

$$\mu F(y_a) - y_a = \frac{x J_s}{z_n} + \mu F(y_0^*) - y_0^*$$

$$\mu = 1 - \left(\frac{z_0^*}{z_n}\right)^3 = 1 - \left(\frac{2,394}{3,60}\right)^3 = 0,706$$

$$y_0^* = \frac{2,394}{3,60} = 0,665; F(y_0^*) = 1,028; \mu F(y_0^*) = 0,7258$$

$$\frac{x J_s}{z_n} = \frac{150 \cdot 0,8759}{3,60 \cdot 1000} = 0,0365$$

$$\mu F(y_a) - y_a = 0,0365 + 0,7258 - 0,665 = 0,097$$

Durch Probieren findet man anhand der Tabelle 3

$$y_a = 0,82; F(y_a) = 1,299; \mu F(y_a) = 0,917;$$

$$\mu F(y_a) - y_a = 0,097$$

Am Gerinneanfang ist somit der Wasserspiegel schon auf

$$z_a = 0,82 \cdot 3,60 = 2,95 \text{ m}$$

abgesenkt.

- b) Wie weit würde sich bei unbegrenzter Gerinnelänge die Absenkung praktisch erstrecken?

$$L = \frac{z_n}{J_s} \left\{ \mu [F(y_e) - F(y_0^*)] - (y_e - y_0^*) \right\}$$

$$y_e = 0,995 \quad F(y_e) = 2,452$$

$$y_0^* = 0,665 \quad F(y_0^*) = 1,028$$

$$\Delta y = 0,330 \quad \Delta F(y) = 1,424$$

$$L = \frac{3,60}{0,8759} [0,706 \cdot 1,424 - 0,330] = 2,774 \text{ km}$$

- c) Für das Uebergangsgerinne findet man eine eindeutige Lösung, wenn man von einem entsprechend großen Sohlengefälle, das zu $J_s = 600/00$ gewählt wurde, und geradlinig abnehmenden Gerinnebreiten B ausgeht und für jeden der Zwischenquerschnitte die Grenztiefe z_0^* bestimmt, so daß vom oberen Gerinne an der Abfluß mit der Grenzgeschwindigkeit erfolgt. Die in der Tabelle 6 durchgeführte Rechnung ergibt dann die Abstände der gewählten Zwischenquerschnitte und die Gesamtlänge des Uebergangsgerinnes, das eine sehr gestreckte Trompetenform erhält, zu 11,13 m.

Um auch die graphische Lösung nach Braun aufzuzeigen, sind die J_r - und H -Linien für den Anfangs- und Endquerschnitt und die 4 Zwischenquerschnitte des Uebergangserinnes berechnet und in Abb. 8 dargestellt worden.

2. Die gleiche Aufgabe wie im Beispiel 1 soll gelöst werden unter Anwendung eines Holzgerinnes mit dem überhaupt günstigsten Trapezquerschnitt, der sich aus 3 gleichseitigen Dreiecken mit Böschungsneigungen von 60° ($\text{ctg } \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$) zusammensetzt. Der Abflußquerschnitt bei $Q_{\max} = 80 \text{ m}^3/\text{sec}$ soll die gleiche Größe $F = 7,20 : 3,60 = 25,92 \text{ m}^2$ haben, wie im Beispiel 1. Mit den Bezeichnungen der nebenstehenden Abb. 9 erhält man:

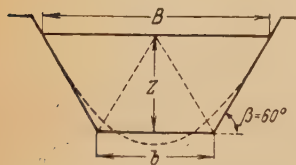


Abb. 9. Querschnitt zum Beispiel der Baugrubenumgehung.

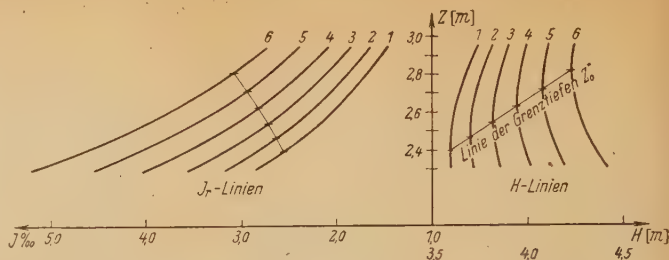


Abb. 8. H - und J_r -Linien für das Uebergangserinne nach Braun.

$$F = \frac{3}{4} B z; z = \frac{B}{4} \sqrt{3}; B = \frac{4z}{\sqrt{3}}$$

$$F = z^2 \sqrt{3}; z_n^2 = \frac{25,92}{\sqrt{3}}; z_n = 3,868 \text{ m}$$

$$B_n = 4 \cdot 3,868 \frac{1}{\sqrt{3}} = 8,934 \text{ m}$$

$$R_n = \frac{z}{2} = 1,934 \text{ m}; c_n = \frac{87 \sqrt{1,934}}{0,16 + \sqrt{1,934}} = 78,01$$

$$v_n = 3,0865 \text{ m/sec}; J_s = \frac{v_n^2}{c_n^2 R_n} = 0,000 809 4$$

z_0^* wurde durch Probieren gefunden zu $z_0^* = 2,886 \text{ m}$.

Hiermit wird $F_0 = 17,70 \text{ m}^2$; $B_0 = 7,80 \text{ m}$; $v_0 = \frac{Q}{F_0} = 4,52 \text{ m/sec}$; $z_{0m}^* = \frac{17,7}{7,8} = 2,269 \text{ m}$; $\frac{v_0^2}{g} = \frac{20,43}{9} = 2,270 \text{ m}$.

An Stelle des Trapezquerschnittes wird mit dem entsprechenden Parabelquerschnitt gerechnet:

$$F_n = \frac{2}{3} B_n z_n = 25,92 \text{ m}^2; B_n = 8,934 \text{ m}; z_n = \frac{3}{2} \frac{F_n}{B_n} = 4,352 \text{ m}$$

$$\frac{B_n^2}{4 z_n} = 2 p = 4,584; z_0^* = \sqrt[4]{\frac{27 Q^2}{32 \cdot 2 p \cdot g}} = 3,381 \text{ m}$$

$$y_0^{*4} = \left(\frac{z_0^*}{z_n}\right)^4 = \left(\frac{3,381}{4,352}\right)^4 = 0,3648; \mu = 1 - y_0^{*4} = 0,6352$$

Wie im Beispiel 1. soll auch das Trapezgerinne unterhalb der Baugrube mit kleinerem Querschnitt und solchem Gefälle angelegt werden, daß der Größtabfluß von $80 \text{ m}^3/\text{sec}$ mit der Grenztiefe und Grenzgeschwindigkeit erfolgt. Aus den Beziehungen:

$$z = \frac{B}{4} \sqrt{3}; B = \frac{4z}{\sqrt{3}}; F = \frac{3}{4} B z = z^2 \sqrt{3}$$

erhält man die Grenzwerte:

$$\frac{F_0}{B_0} = \frac{3}{4} z_0^* = \frac{v_0^2}{g} = \frac{Q^2}{F_0^2 g}; \frac{3}{4} z_0^* = \frac{Q^2}{3 z_0^{*4} g}; z_0^* = \sqrt[5]{\frac{4 Q^2}{9 g}} = 3,162 \text{ m}$$

$$F_0 = z_0^{*2} \sqrt{3} = 17,32 \text{ m}^2; B_0 = \frac{4 z_0^*}{\sqrt{3}} = 7,302 \text{ m}; v_0 = \frac{Q}{F_0} = 4,620 \text{ m/sec}$$

$$z_{0m}^* = \frac{v_0^2}{g} = \frac{4,62^2}{9} = 2,371 \text{ m}; z_0^* = \frac{4}{3} z_{0m}^* = 4 \cdot 0,79 = 3,160 \text{ m}$$

$$R_0 = \frac{z_0^*}{2} = 1,581 \text{ m}; c_0 = \frac{87 \cdot \sqrt{1,581}}{0,16 + \sqrt{1,581}} = 77,18;$$

$$J_{s_0} = \frac{v_0^2}{c_0^2 R_0} = \frac{21,34}{77,18^2 \cdot 1,581} = 0,002 266$$

Ergebnisse:

	z_0^*	v_0
obere Strecke	2,886 m	4,52 m/sec
untere Strecke	3,162 m	4,62 m/sec
	$\Delta z_0^* = 0,276 \text{ m}$	$\Delta v_0 = 0,10 \text{ m/sec}$
h	$\frac{4,62^2 - 4,52^2}{18} = \frac{0,914}{18}$	$= 0,05 \text{ m}$

- a) Welche Wassertiefe stellt sich am Gerinneanfang ein, wenn 150 m unterhalb am Uebergang in die schmalere Rinne die Absenkung bis zur Grenztiefe zugelassen wird?

$$\frac{x \cdot J_s}{z_n} = \mu f(y_a) - \mu f(y_0^*) - y_a + y_0^*$$

$$\mu f(y_a) - y_a = \frac{x \cdot J_s}{z_n} + \mu f(y_0^*) - y_0^*$$

$$\frac{x \cdot J_s}{z_n} = \frac{150 \cdot 0,8094}{4,352 \cdot 1000} = 0,0279; y_0^* = \frac{3,381}{4,352} = 0,777$$

$$f(y_0^*) = 0,849; \mu f(y_0^*) = 0,6352 \cdot 0,849 = 0,5393$$

$$\mu f(y_a) - y_a = 0,0279 + 0,5393 - 0,777 = -0,210$$

An Hand der Tabelle findet man durch Probieren:

$$y_a = 0,885; f(y_a) = 1,062; \mu f(y_a) = 0,675$$

$$\mu f(y_a) - y_a = 0,675 - 0,885 = -0,210$$

Der Wasserspiegel ist somit am Gerinneanfang auf

$$z_a = 0,885 \cdot 4,352 = 3,852 \text{ m}$$

abgesenkt.

- b) Praktische Senkungsweite im unbegrenzten Gerinne?

$$L = \frac{z_n}{J_s} \left[\mu \left\{ f(y_e) - f(y_0^*) \right\} - (y_e - y_0^*) \right]$$

$$y_e = 0,995; f(y_e) = 1,889$$

$$y_0^* = 0,777; f(y_0^*) = 0,849$$

$$\Delta y = 0,218; \Delta f(y) = 1,040$$

$$L = \frac{4,352}{0,8094} \left[0,6352 \cdot 1,04 - 0,218 \right] = \frac{4,352 \cdot 0,443}{0,8094} = 2,382 \text{ km}$$

- c) Für die Gestaltung des Uebergangserinnes kommen die gleichen Richtlinien wie im Beispiel 1) in Frage. Der Unterschied

$$\Delta H_0 = \Delta z_0 + \frac{\Delta v_0^2}{2g}$$

ist hier wesentlich kleiner als dort.

Die Frage, wie weit die nach der Gleichung der Senkungsweiten ermittelte Senkungslinie im parabolischen Ersatzgerinne abweicht von der Senkungslinie im wirklichen Trapezgerinne, die sich nach dem genauen Rechenverfahren ergibt, ist auch bei dem gewählten Beispiel durch Berechnung der Tabellen 7 u. 8 und Darstellung der Rechnungsergebnisse in Abb. 10 nachgegangen. Der Vergleich zeigt wiederum, daß beide Verfahren praktisch übereinstimmende Ergebnisse liefern.

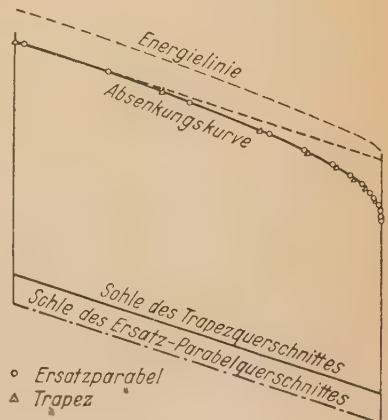


Abb. 10. Vergleichende Darstellung der Absenkungskurven.

Tabelle 1

Zur Berechnung der Staukurve in rechteckigem Gerinne.

Zwischen den Wassertiefen z_0 und z , bzw. den relativen Wassertiefen $y_0 = \frac{z_0}{z_n}$ und $y = \frac{z}{z_n}$ gilt für die

$$\text{Stauweite } x_{z_0 z} = \frac{z_n}{J_s} \left\{ y_0 - y + \mu [F(y) - F(y_0)] \right\} = \frac{z_n}{J_s} x'_{z_0 z}$$

$$\text{Einheitsstauweite } x'_{z_0 z} = y_0 - y + [F(y) - F(y_0)] \text{ mit } \mu = 1$$

$$F(y) = \frac{1}{6} \ln \left[1 + \frac{3y}{(y-1)^2} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2y+1}{\sqrt{3}}$$

y	F(y)	x'	y	F(y)	x'
10,0	0,9116	1,0015	1,35	1,2422	
9,0	0,9131	2,0031	1,34	1,2491	8,9975
8,0	0,9147	3,0055	1,33	1,2564	9,0148
7,0	0,9171	4,0090	1,32	1,2639	9,0323
6,0	0,9206	5,0154	1,31	1,2718	9,0502
5,0	0,9270	5,5201	1,30	1,2800	9,0684
4,5	0,9317	6,0268	1,29	1,2885	9,0869
4,0	0,9384	6,5365	1,28	1,2974	9,1058
3,5	0,9481	7,0517	1,27	1,3067	9,1251
3,0	0,9633	7,1558	1,26	1,3165	9,1449
2,9	0,9674	7,2603	1,25	1,3267	9,1651
2,8	0,9719	7,3653	1,24	1,3375	9,1859
2,7	0,9769	7,4710	1,23	1,3488	9,2072
2,6	0,9826	7,5774	1,22	1,3607	9,2291
2,5	0,9890	7,6847	1,21	1,3733	9,2517
2,4	0,9963	7,7931	1,20	1,3867	9,2751
2,3	1,0047	7,9027	1,19	1,4009	9,2993
2,2	1,0143	8,0139	1,18	1,4159	9,3243
2,1	1,0255	8,1271	1,17	1,4320	9,3504
2,0	1,0387	8,1846	1,16	1,4492	9,3776
1,95	1,0462	8,2427	1,15	1,4677	9,4061
1,90	1,0543	8,3018	1,14	1,4877	9,4361
1,85	1,0634	8,3615	1,13	1,5093	9,4677
1,80	1,0731	8,4224	1,12	1,5329	9,5013
1,75	1,0840	8,4845	1,11	1,5589	9,5373
1,70	1,0961	8,5480	1,10	1,5875	9,5759
1,65	1,1096	8,6132	1,09	1,6195	9,6179
1,60	1,1248	8,6805	1,08	1,6555	9,6639
1,55	1,1421	8,7501	1,07	1,6969	9,7153
1,50	1,1617	8,7644	1,06	1,7451	9,7735
1,49	1,1660	8,7788	1,05	1,8027	9,8411
1,48	1,1704	8,7933	1,04	1,8738	9,9222
1,47	1,1749	8,8080	1,037	1,8988	9,9502
1,46	1,1796	8,8228	1,036	1,9076	9,9600
1,45	1,1844	8,8377	1,035	1,9167	9,9701
1,44	1,1893	8,8528	1,034	1,9261	9,9805
1,43	1,1944	8,8681	1,030	1,9665	10,0249
1,42	1,1997	8,8836	1,020	2,0983	10,1667
1,41	1,2052	8,8982	1,010	2,3261	10,4045
1,40	1,2108	8,9150	1,008	2,3998	10,4802
1,39	1,2166	8,9312	1,006	2,4950	10,5776
1,38	1,2228	8,9475	1,004	2,6295	10,7139
1,37	1,2291	8,9639	1,002	2,8599	10,9463
1,36	1,2355	8,9806	1,000		
1,35	1,2422			∞	∞

Tabelle 2

Zur Berechnung der Staukurve in parabelförmigem Gerinne.

Zwischen den Wassertiefen z_0 und z , bzw. den relativen Wassertiefen $y_0 = \frac{z_0}{z_n}$ und $y = \frac{z}{z_n}$ gilt für die

$$\text{Stauweite } x_{z_0 z} = \frac{z_n}{J_s} \left\{ y_0 - y + \mu \left[f(y) - f(y_0) \right] \right\} = \frac{z_n}{J_s} x'_{z_0 z}$$

$$\text{Einheitsstauweite } x'_{z_0 z} = y_0 - y + \left[f(y) - f(y_0) \right] \text{ mit } \mu = 1 \text{ u. } f(y) = \frac{1}{4} \ln \frac{y+1}{y-1} + \frac{1}{2} \arctg y$$

y	f(y)	x'	y	f(y)	x'
10,0	0,7857	1,0002	1,35	0,9427	8,8214
9,0	0,7859	2,0004	1,34	0,9471	8,8360
8,0	0,7861	3,0007	1,33	0,9517	8,8508
7,0	0,7864	4,0012	1,32	0,9565	8,8658
6,0	0,7869	5,0024	1,31	0,9615	8,8811
5,0	0,7881	5,5034	1,30	0,9668	8,8966
4,5	0,7891	6,0049	1,29	0,9723	8,9124
4,0	0,7906	6,5075	1,28	0,9781	8,9285
3,5	0,7932	7,0121	1,27	0,9842	8,9449
3,0	0,7978	7,1134	1,26	0,9906	8,9616
2,9	0,7991	7,2150	1,25	0,9973	8,9788
2,8	0,8007	7,3168	1,24	1,0045	8,9964
2,7	0,8025	7,4188	1,23	1,0121	9,0143
2,6	0,8045	7,5213	1,22	1,0200	9,0328
2,5	0,8070	7,6241	1,21	1,0285	9,0518
2,4	0,8098	7,7275	1,20	1,0375	9,0714
2,3	0,8132	7,8316	1,19	1,0471	9,0917
2,2	0,8173	7,9365	1,18	1,0574	9,1128
2,1	0,8222	8,0425	1,17	1,0685	9,1346
2,0	0,8282	8,0960	1,16	1,0803	9,1575
1,95	0,8317	8,1500	1,15	1,0932	9,1814
1,90	0,8357	8,2044	1,14	1,1071	9,2066
1,85	0,8401	8,2593	1,13	1,1223	9,2332
1,80	0,8450	8,3149	1,12	1,1389	9,2614
1,75	0,8506	8,3713	1,11	1,1571	9,2919
1,70	0,8570	8,4286	1,10	1,1776	9,3248
1,65	0,8643	8,4870	1,09	1,2005	9,3607
1,60	0,8727	8,5467	1,08	1,2264	9,4006
1,55	0,8824	8,6081	1,07	1,2563	9,4456
1,50	0,8938	8,6206	1,06	1,2913	9,4976
1,49	0,8963	8,6331	1,050	1,3333	9,5271
1,48	0,8988	8,6458	1,045	1,3578	9,5598
1,47	0,9015	8,6586	1,040	1,3855	9,5963
1,46	0,9043	8,6715	1,035	1,4170	9,6380
1,45	0,9072	8,6844	1,030	1,4537	9,6868
1,44	0,9101	8,6975	1,025	1,4975	9,7457
1,43	0,9132	8,7107	1,020	1,5514	9,8208
1,42	0,9164	8,7241	1,015	1,6215	9,9253
1,41	0,9198	8,7375	1,010	1,7210	9,9523
1,40	0,9232	8,7511	1,0090	1,7470	9,9823
1,39	0,9268	8,7648	1,0080	1,7760	9,9921
1,38	0,9305	8,7787	1,0077	1,7855	9,9954
1,37	0,9344	8,7928	1,0076	1,7887	10,0164
1,36	0,9385	8,8070	1,0070	1,8091	10,0555
1,35	0,9427		1,0060	1,8472	10,1017
			1,0050	1,8924	∞
			1,0000	∞	

Tabelle 3

Zur Berechnung der Absenkungskurve

a) in rechteckigem Gerinne

b) in parabelförmigem Gerinne

Zwischen den Wassertiefen z_0 und z , bzw. den relativen Wassertiefen $y_0 = \frac{z_0}{z_n}$ und $y = \frac{z}{z_n}$ gilt für die Absenkungsweite:

beim **Rechteck** $x_{z_0 z} = \frac{z_n}{J_s} \left\{ \mu \left[F(y) - F(y_0) \right] - (y - y_0) \right\}$
mit $\mu = 1 - y_0^3$ und $F(y) = \frac{1}{6} \ln \left[1 + \frac{3y}{(1-y)^2} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2y+1}{\sqrt{3}}$
 $y_0 = \frac{z_0}{z_n}$, $z_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{B} \right)^2 \frac{1}{g'}}$
bei der **Parabel** $x_{z_0 z} = \frac{z_n}{J_s} \left\{ \mu \left[f(y) - f(y_0) \right] - (y - y_0) \right\}$
mit $\mu = 1 - y_0^4$ und $f(y) = \frac{1}{4} \ln \frac{1+y}{1-y} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} y$, $z_0 = \sqrt[4]{\frac{27}{64} \frac{Q^3}{p g'}}$

y	F(y)	f(y) ¹⁾
0,995	2,452	1,889
0,99	2,319	1,714
0,98	2,085	1,536
0,97	1,946	1,431
0,96	1,847	1,355
0,95	1,769	1,296
0,94	1,705	1,246
0,93	1,650	1,204
0,92	1,602	1,166
0,91	1,559	1,133
0,90	1,521	1,103
0,85	1,367	0,980
0,80	1,253	0,887
0,75	1,159	0,808
0,70	1,078	0,739
0,65	1,006	0,676
0,60	0,939	0,617
0,50	0,819	0,506
0,40	0,789	0,402

¹⁾ nach Tolkmitt

Tabelle 6

Bestimmung der Länge des Übergangsgerinnes

	B m	H _{min} m	ΔH _{min} m	1000 J _r	1000 J _{rm}	1000 (J _s - J _{rm})	L m	Σ L m
1	7,200	3,5907	0,1080	2,5428	2,5818	57,4182	1,881	0
2	6,887	3,6987	0,1160	2,6208	2,6670	57,3330	2,028	1,881
3	6,575	3,8147	0,1259	2,7132	2,7622	57,2378	2,200	3,904
4	6,263	3,9406	0,1367	2,8112	2,8696	57,1304	2,393	6,104
5	5,950	4,0773	0,1503	2,9280	2,9959	57,0041	2,637	8,497
6	5,636	4,2276		3,0637				11,134

Tabelle 7

Absenkungskurve für die Ersatzparabel

$$z_n = 4,352 \text{ m} \quad \mu = 1 - \left(\frac{z_o^*}{z_n} \right)^4 = 0,6352$$

$$\frac{z_n}{J_s} = \frac{4,352 \cdot 1000}{0,8094} = 5377 \text{ m}$$

y	f(y)	Δ f(y)	μ f(y)	Δ y	x'	x	z _{Par}	z _{Trap}
0,995	1,889					0	4,33	3,85
0,99	1,714	0,175	0,111	0,005	0,106	570	4,31	3,83
0,98	1,536	0,353	0,224	0,015	0,209	1123	4,26	3,78
0,96	1,355	0,534	0,339	0,035	0,304	1633	4,18	3,70
0,94	1,246	0,643	0,408	0,055	0,353	1889	4,09	3,61
0,92	1,166	0,723	0,459	0,075	0,384	2063	4,00	3,52
0,90	1,103	0,786	0,499	0,095	0,404	2171	3,92	3,44
0,88	1,049	0,840	0,534	0,115	0,419	2251	3,83	3,35
0,86	1,002	0,887	0,563	0,135	0,428	2300	3,74	3,26
0,85	0,980	0,909	0,577	0,145	0,432	2322	3,70	3,22
0,84	0,960	0,929	0,590	0,155	0,435	2338	3,66	3,18
0,82	0,922	0,967	0,614	0,175	0,439	2360	3,57	3,09
0,80	0,887	1,002	0,636	0,195	0,441	2370	3,48	3,00
0,78	0,854	1,035	0,657	0,215	0,442	2375	3,39	2,91
0,777	0,849	1,040	0,661	0,218	0,443	2382	3,38	2,90

Tabelle 8

Absenkungskurve nach Braun

$$\Delta l = \frac{\Delta H}{(J_r - J_s)_m}$$

z m	F m²	v² 18	H m	R m	c	1000 J _r	1000 (J _r - J _s)	1000 (J _r - J _s) _m	Δ H m	Δ l m	Σ Δ l m
3,85	25,74	0,5365	4,3865	1,928	78,01	0,82163	0,01262				0
3,80	25,31	0,5550	4,3550	1,911	77,98	0,85943	0,05043	0,03152	0,0308	977	977
3,70	24,43	0,5957	4,2967	1,877	77,90	0,94092	0,13192	0,09117	0,0593	651	1628
3,60	23,56	0,6404	4,2404	1,843	77,83	1,03204	0,22304	0,17748	0,0553	312	1940
3,50	22,71	0,6895	4,1895	1,809	77,75	1,13478	0,33578	0,27941	0,0508	187	2127
3,40	21,86	0,7439	4,1439	1,775	77,67	1,25071	0,44171	0,38875	0,0457	117	2244
3,30	21,02	0,8041	4,1041	1,740	77,59	1,38190	0,57290	0,50730	0,0398	79	2323
3,20	20,21	0,8708	4,0708	1,704	77,50	1,53129	0,72229	0,64759	0,0333	51	2374
3,15	19,80	0,9070	4,0570	1,686	77,46	1,61343	0,80443	0,76336	0,0139	18,16	2392,2
3,10	19,39	0,9451	4,0451	1,668	77,41	1,70160	0,89260	0,84851	0,0118	13,97	2406,2
3,05	18,99	0,9854	4,0354	1,650	77,36	1,79595	0,98695	0,93977	0,0097	10,31	2416,5
3,00	18,60	1,0280	4,0280	1,632	77,32	1,89609	1,08709	1,03702	0,00752	7,25	2423,7
2,95	18,20	1,0731	4,0231	1,613	77,27	2,00480	1,19580	1,14145	0,00373	3,27	2427,0
2,92	17,97	1,1015	4,0213	1,603	77,24	2,07356	1,26456	1,23018	0,00186	1,51	2428,5
2,90	17,91	1,1210	4,0210	1,595	77,22	2,12105	1,31205	1,28831	0,00035	0,27	2428,8
2,89	17,73	1,1308	4,0208	1,592	77,21	2,14507	1,33607	1,32406	0,00011	0,08	2428,9
2,886	17,70	1,1348	4,0208	1,590	77,20	2,15524	1,34624	1,33868	0,00001	0,01	2429,0

Ueber Zusammenhänge zwischen der technischen Balkenbiegungslehre und der Scheibentheorie.¹⁾

Von Prof. Dr.-Ing. Günter W o r c h , München.

1. Die technische Balkenbiegungslehre.

Betrachtet sei ein Balken mit rechteckigem Querschnitt von der Höhe $2h$ und der Dicke 1 (Abb. 1). Das Trägheitsmoment des Querschnittes, bezogen auf die waagerechte Schwerachse, beträgt

$$J = \frac{1 \cdot (2h)^3}{12} = \frac{2}{3} h^3 \dots \dots \dots (1)$$

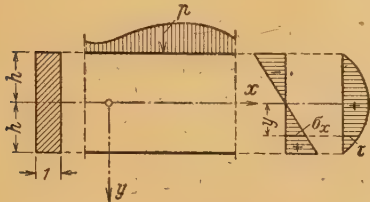


Abb. 1. Spannungsverteilung nach der Balkentheorie.

Die Belastung $p = p(x)$ — lotrecht zur x -Achse gerichtet — ist nur von x abhängig; sie greift am oberen Rande des Balkens an. Dann sind auch die Biegemomente $M = M(x)$ und Querkräfte $Q = Q(x)$ Funktionen von x allein, die Normalkräfte N verschwinden. Zwischen der Belastung und den Schnittgrößen bestehen die bekannten Gleichgewichts-Gleichungen

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \frac{dQ}{dx} = -p \\ \text{b) } \frac{dM}{dx} = Q \\ \text{c) } \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -p \end{array} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

und daraus

Unter der Voraussetzung eben bleibender Querschnitte sowie der Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes ergibt sich für die Normalspannung σ_x die bekannte Beziehung

$$\sigma_x = \frac{M}{J} y \dots \dots \dots (3a)$$

und daraus dann die Schubspannung

$$\tau = \frac{Q}{2J} (h^2 - y^2) \dots \dots \dots (3b)$$

Die Normalspannung σ_y bleibt unbeachtet.

Die Verschiebungen in Richtung der positiven x - bzw. y -Achse seien u und v . Berücksichtigt sei zunächst nur der Anteil der Biegemomente. Wie man aus Abb. 2²⁾ abliest, betragen die Verschiebungen eines Punktes im Abstände y von der Stabachse

$$\begin{array}{l} u_M = u_{M0} - y \sin \varphi_M \\ v_M = v_{M0} - y (1 - \cos \varphi_M). \end{array}$$

Darin ist u_{M0} bzw. v_{M0} die waagerechte bzw. lotrechte Verschiebung des zum gleichen Querschnitt gehörigen Punktes der Stabachse. Es entspricht der Genauigkeit der Balkenbiegungslehre, wenn man mit Rücksicht auf die kleinen Formänderungen (linearisierte Theorie) ansetzt

$$\sin \varphi_M \approx \varphi_M; \quad \cos \varphi_M \approx 1$$

womit sich die folgenden Verschiebungen ergeben

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } u_M = u_{M0} - y \varphi_M \\ \text{b) } v_M = v_{M0} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Die Durchbiegung v_M ist demnach für sämtliche Punkte desselben Querschnittes gleich. Sie ergibt sich aus der Gleichung der elastischen Linie

$$\frac{d^2 v_M}{dx^2} = - \frac{M}{EJ}$$

zu

$$EJ v_M = - \int \int M dx^2 + A_1 x + B_1 \dots \dots \dots (5)$$

A_1 und B_1 sind hierin Freiwerte, die aus den Auflagerbedingungen zu ermitteln sind.

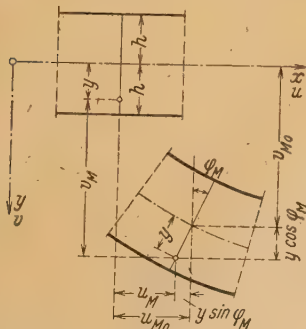


Abb. 2. Formänderung des Balkens infolge der Biegemomente.

- 1) Vgl. hierzu auch die beiden Abhandlungen von R. Gran-Olsson in Stahlbau 7 (1934), S. 13 und Bauing. 21 (1940), S. 211. Dort findet man auch einen Ueberblick über die geschichtliche Entwicklung.
- 2) Der größeren Deutlichkeit halber sind die Verschiebungen verzerrt dargestellt. Aus dem gleichen Grunde sind auch in den späteren Abbildungen die Verschiebungen nicht nur verzerrt, sondern auch untereinander — teilweise sogar in ein- und demselben Bild — im verschie denen Maßstäben aufgetragen. In gleicher Weise wurde auch bei den Spannungsbildern verfahren.

Ist die Biegelinie bekannt, dann beträgt der Neigungswinkel

$$E J \cdot \varphi_M = \frac{d}{d x} (E J v_M) = - \int M d x + A_1.$$

Die Dehnung der Stabachse

$$\frac{d u_{M0}}{d x} = \frac{N}{E F}$$

verschwindet hier, da nach Voraussetzung keine Normalkräfte auftreten. Daraus folgt sofort

$$E J u_{M0} = \text{konst} = C_1.$$

Diese Werte in Gl. (4 a) eingesetzt ergibt

$$E J u_M = y \cdot \int M d x - A_1 y + C_1 \dots \dots \dots (6)$$

worin der Freiwert C_1 wieder aus den Auflagerbedingungen zu ermitteln ist.

Bei der Ermittlung der Formänderungen infolge der Querkräfte wird bekanntlich die Wölbung der Querschnittsfläche vernachlässigt. Man rechnet praktisch mit einem Ersatzquerschnitt F' , über den sich die Querkraft gleichmäßig verteilt; die Querschnitte bleiben dann bei der Formänderung eben. Aus Abb. 3 lesen wir ab

$$E J u_Q = \text{konst} = C_2$$

und

$$\frac{d v_Q}{d x} = \frac{Q}{G F'}.$$

Daraus folgt

$$E J v_Q = \frac{E J}{G F'} \int Q d x + B_2.$$

Dieses Ergebnis wollen wir noch etwas umformen. Dazu setzen wir an

$$\frac{1}{F'} = \frac{\kappa}{F} = \frac{\kappa}{F} \frac{J}{J} = \frac{\kappa}{2 h} \frac{\frac{2}{3} h^3}{J} = \frac{\kappa h^2}{3 J},$$

worin J nach Gl. (1) durch h ausgedrückt wurde. Zwischen dem Gleitmodul G und dem Elastizitätsmodul E besteht ferner die Beziehung

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \dots \dots \dots (7)$$

wobei unter ν die Querdehnungszahl verstanden ist. Damit ergibt sich der Anteil der Querkräfte an der Durchbiegung in der Form

$$E J v_Q = \frac{2}{3} (1 + \nu) \kappa h^2 \int Q d x + B_2.$$

Bemerkenswert ist, daß u_Q und v_Q im Gegensatz zu u_M und v_M nur je einen Freiwert aufweisen. Unter Umständen muß man daher, um sämtliche Randbedingungen erfüllen zu können, noch eine Drehung des ganzen Trägers als starre Scheibe vornehmen. Dadurch entstehen dann zusätzliche Verschiebungen u und v . Dreht man den gesamten Träger um den Koordinatenanfangspunkt im Uhrzeigersinn um den kleinen Winkel A_2/EJ , dann betragen diese

$$E J u = - A_2 y \quad \text{und} \quad E J v = A_2 x$$

Damit ergeben sich die endgültigen Verschiebungen zu

$$E J u_Q = - A_2 y + C_2 \dots \dots \dots (8)$$

$$E J v_Q = \frac{2}{3} (1 + \nu) \kappa h^2 \int Q d x + A_2 x + B_2 \dots \dots \dots (9)$$

A_2 , B_2 und C_2 sind darin wieder Freiwerte, die aus den Auflagerbedingungen zu ermitteln sind.

2. Die Scheibentheorie.

a) Allgemeine Beziehungen.

Der Einfluß von Massenkraften soll ausgeschaltet sein. Die Gleichgewichtsbedingungen am Scheibenelement werden dann durch den Ansatz erfüllt

$$\text{a) } \sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \text{b) } \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \text{c) } \tau = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \dots \dots \dots (10)$$

Darin sind σ_x bzw. σ_y die Normalspannungen in Richtung der x - bzw. y -Achse; τ ist die Schubspannung.

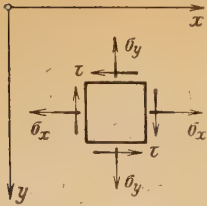


Abb. 4. Spannungen am Scheibenelement.

Die positiven Richtungen der Spannungen gehen aus Abb. 4 hervor. Unter $F \equiv F(xy)$ ist die Airysche Spannungsfunktion verstanden. Damit der Zusammenhang zwischen den einzelnen Teilchen der Scheibe bei der Formänderung gewahrt wird, muß F der partiellen Differentialgleichung genügen

$$\Delta \Delta F = 0 \quad (11)$$

Darin ist zur Abkürzung der Operator eingeführt:

$$\left. \begin{aligned} a) \quad \Delta \dots &= \frac{\partial^2 \dots}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dots}{\partial y^2} \\ b) \quad \Delta \Delta \dots &= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \dots}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dots}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^4 \dots}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \dots}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \dots}{\partial y^4} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Der Einfluß einer Temperaturänderung ist dabei außer Acht geblieben.

Um die Verschiebungen u und v zu ermitteln, gehen wir von dem verallgemeinerten Hooke'schen Gesetz aus

$$\left. \begin{aligned} a) \quad \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ b) \quad \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \\ c) \quad \gamma &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\tau}{G} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Darin sind mit ϵ die Dehnungen, mit γ die Winkeländerungen bezeichnet. Durch Integration der Gl. (13 a) und (13 b) gewinnt man

$$\left. \begin{aligned} a) \quad Eu &= \int \sigma_x dx - \nu \int \sigma_y dx + Y \\ b) \quad Ev &= \int \sigma_y dy - \nu \int \sigma_x dy + X \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Hierin ist $X = X(x)$ eine Funktion von x allein, $Y = Y(y)$ eine Funktion von y allein. Zur Ermittlung dieser unbekannten Funktionen X und Y setzen wir die Ausdrücke (14) in Gl. (13 c) ein; geordnet erhält man dann, unter Berücksichtigung von Gl. (7)

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} = 2(1 + \nu)\tau - \frac{\partial}{\partial y} \int \sigma_x dx - \frac{\partial}{\partial x} \int \sigma_y dy + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x} \int \sigma_x dy + \frac{\partial}{\partial y} \int \sigma_y dx \right] \quad (15)$$

Auf der linken Seite der Gl. (15) stehen nur Funktionen von x allein und solche von y allein. Das Gleiche muß auch auf der rechten Seite zutreffen, d. h. es müssen sich sämtliche Ausdrücke, die sowohl x als auch y enthalten, gegenseitig aufheben.

b) Die Spaltung des Spannungszustandes.

Sämtliche Veränderliche F , σ , τ , u und v kommen in den obigen Gleichungen nur in der ersten Potenz vor. Es ist daher zulässig, diese Ausdrücke aufzuspalten in:

$$\left. \begin{aligned} a) \quad F &= F_I + F_{II} \\ b) \quad \sigma_x &= \sigma_{xI} + \sigma_{xII} \\ c) \quad \sigma_y &= \sigma_{yI} + \sigma_{yII} \\ d) \quad \tau &= \tau_I + \tau_{II} \\ e) \quad u &= u_I + u_{II} \\ f) \quad v &= v_I + v_{II} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Dabei sollen die mit I bezeichneten Ausdrücke zusammengehören, ebenso die mit II bezeichneten Werte.

Um die Zusammenhänge zwischen der technischen Balkenbiegungslehre und der Scheibentheorie zu studieren, liegt es nahe, als Zustand I die Ergebnisse der technischen Balkenbiegungslehre einzuführen. Wir setzen also entsprechend Gl. (3) und (10) an:

$$\begin{aligned} \sigma_{xI} &= \frac{\partial^2 F_I}{\partial y^2} = \frac{M}{J} y \\ \tau_I &= -\frac{\partial^2 F_I}{\partial x \partial y} = \frac{Q}{2J} (h^2 - y^2). \end{aligned}$$

Aus der ersten Gleichung folgt sofort

$$\frac{\partial F_I}{\partial y} = \frac{M}{J} \cdot \frac{y^2}{2} + X_1,$$

worin $X_1 = X_1(x)$ eine Funktion von x allein ist. Ebenso ergibt sich aus der zweiten Gleichung (für τ_I) unter Beachtung von (2 b)

$$\frac{\partial F_I}{\partial y} = -\frac{M}{2J} (h^2 - y^2) + Y_1$$

worin $Y_1 = Y_1(y)$ eine Funktion von y allein ist. Die Gleichsetzung der beiden Ausdrücke für $\frac{\partial F_1}{\partial y}$ liefert

$$\frac{M}{J} \frac{y^2}{2} + X_1 = -\frac{M}{2J} (h^2 - y^2) + Y_1$$

oder

$$X_1 = -\frac{M h^2}{2J} + Y_1.$$

Da X_1 und M Funktionen von x allein sind, während Y_1 nur von y abhängig ist, ergibt sich als Lösung

$$X_1 = -\frac{M h^2}{2J}, \quad Y_1 = 0.$$

Damit wird

$$\frac{\partial F_1}{\partial y} = -\frac{M}{2J} (h^2 - y^2)$$

und daraus

$$F_1 = -\frac{M}{6J} (3h^2 - y^2)y + X_2,$$

worin wieder $X_2 = X_2(x)$ eine Funktion von x allein ist.

Zur Ermittlung von X_2 bilden wir — unter Beachtung von (2c) —

$$\begin{aligned} \sigma_{yI} &= \frac{\partial^2 F_1}{\partial x^2} = -\frac{1}{6J} \cdot \frac{d^2 M}{dx^2} (3h^2 - y^2)y + \frac{d^2 X_2}{dx^2} \\ &= +\frac{p}{6J} (3h^2 - y^2)y + \frac{d^2 X_2}{dx^2}. \end{aligned}$$

Nach Voraussetzung soll nur der obere Rand des Trägers belastet sein; der untere Rand ist unbelastet. Es muß also sein:

$$\text{für } y = -h: \sigma_{yI} = -\frac{p}{6J} 2h^3 + \frac{d^2 X_2}{dx^2} = -p$$

$$\text{für } y = +h: \sigma_{yI} = +\frac{p}{6J} 2h^3 + \frac{d^2 X_2}{dx^2} = 0.$$

Beide Gleichungen liefern das gleiche Ergebnis; man erkennt dies sofort, wenn man lt. Gl. (1) $2h^3$ durch $3J$ ersetzt. Drückt man noch lt. (2c) p durch M aus, so erhält man

$$\frac{d^2 X_2}{dx^2} = -\frac{p}{2} = +\frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 M}{dx^2}$$

und daraus

$$X_2 = \frac{M}{2} + C_1 x + C_2 = \frac{M}{6J} 2h^3 + C_1 x + C_2$$

C_1 und C_2 sind darin Freiwerte. Damit wird dann

$$F_1 = \frac{M}{6J} (2h^3 - 3h^2 y + y^3) + C_1 x + C_2$$

Die Glieder $C_1 x$ und C_2 geben keinen Beitrag zu den Spannungen σ bzw. τ . Wir können daher C_1 und C_2 beliebig annehmen, z. B. $C_1 = C_2 = 0$. Damit wird dann

$$F_1 = +\frac{M}{6J} (2h^3 - 3h^2 y + y^3) \dots \dots \dots (17)$$

Die Spannungen folgen daraus entsprechend Gl. (10) zu:

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } \sigma_{xI} &= \frac{\partial^2 F_1}{\partial y^2} = \frac{M}{J} y \\ \text{b) } \sigma_{yI} &= \frac{\partial^2 F_1}{\partial x^2} = -\frac{p}{6J} (2h^3 - 3h^2 y + y^3) \\ \text{c) } \tau_I &= -\frac{\partial^2 F_1}{\partial x \partial y} = \frac{Q}{2J} (h^2 - y^2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

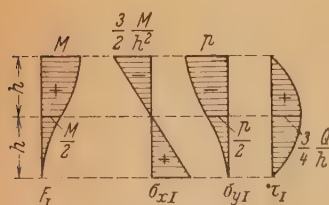


Abb. 5. Spannungsverteilung in der Scheibe für Teilzustand I.

Der Verlauf der Werte F_1 , σ_{xI} , σ_{yI} und τ_I längs eines beliebigen Querschnittes ist in Abb. 5 dargestellt. Der Teilzustand I erfüllt also — entsprechend seiner Herleitung — bereits sämtliche Randbedingungen am oberen und unteren Trägerrand.

Schließlich bilden wir noch

$$\Delta \Delta F_I = -\frac{1}{6J} \left[12 p y + (2 h^3 - 3 h^2 y + y^3) \frac{d^2 p}{d x^2} \right] \dots \dots \dots (19)$$

Für den Sonderfall $p = 0$ längs des ganzen Trägers wird $\Delta \Delta F_I = 0$. Der Zustand I ist dann gleich der endgültige Zustand, denn F_I erfüllt sowohl die Scheibengleichung (11) als auch die Randwerte an der Ober- und Unterfaser des Trägers.

Im allgemeinen Fall $p \neq 0$ müssen wir noch eine Zusatzfunktion F_{II} hinzufügen, die der Differentialgleichung gehorchen muß:

$$\Delta \Delta F = \Delta \Delta (F_I + F_{II}) = \Delta \Delta F_I + \Delta \Delta F_{II} = 0,$$

also

$$\Delta \Delta F_{II} = -\Delta \Delta F_I = +\frac{1}{6J} \left[12 p y + (2 h^3 - 3 h^2 y + y^3) \frac{d^2 p}{d x^2} \right] \dots \dots \dots (20)$$

Da durch den Zustand I bereits sämtliche Randbedingungen am oberen und unteren Trägerrand erfüllt sind, bleibt für den Zustand II nur übrig:

für $y = \pm h$ muß sein

$$\sigma_{yII} = \tau_{II} = 0.$$

Schließlich müssen, da die Spannungen des Zustandes I mit den angreifenden Größen M und Q bereits im Gleichgewicht sind, für den Zustand II die resultierenden Schnittgrößen M_{II} und Q_{II} gleich Null sein.

Der vorgeschlagene Rechnungsgang stellt also eine Lösung der Scheibenaufgabe auf dem Iterationswege dar. Die Spannungen des Zustandes I sind, abgesehen von σ_{yI} , identisch mit denen der technischen Balkenbiegungslehre. Der Zustand II wirkt sich gewissermaßen als Korrektur der Balkenbiegungslehre aus. In wieweit diese Korrekturwerte praktisch eine Rolle spielen, wird zweckmäßig an Hand der Beispiele untersucht werden. Für den Sonderfall $p = 0$ auf dem ganzen Träger ist die technische Balkenbiegungslehre streng richtig.

c) Die Spaltung des Formänderungszustandes.

Im Abschnitt b haben wir den Spannungszustand in die beiden Teilzustände I und II aufgespalten. Hier wollen wir den Zustand I noch weiter aufspalten und zwar untersuchen wir getrennt den Einfluß von σ_{xI} , von τ_I und von σ_{yI} .

a) Zustand I1

$$\sigma_x = \sigma_x = \frac{M}{J} y$$

$$\sigma_y = \tau = 0.$$

Setzt man diese Werte in Gl. (15) ein, so erhält man, wenn man wieder lt. (2b) die erste Ableitung von M durch Q ersetzt

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} = -\frac{1}{J} \int M dx + v \frac{Q}{2J} y^2.$$

Der zweite Summand auf der rechten Gleichungsseite ist i. a. eine Funktion von x und y . Daß dieser Ausdruck nicht fortfällt, rührt daher, daß wir nur einen Spannungszustand untersuchen. Wir helfen uns so, daß wir die part. Lösung der Gleichung

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} = v \frac{Q}{2J} y^2 \dots \dots \dots (21)$$

später behandeln. Hier soll zunächst nur die Gleichung untersucht werden.

$$\frac{dX_{I1}}{dx} + \frac{dY_{I1}}{dy} = -\frac{1}{J} \int M dx.$$

Ihre Lösung lautet, wie man durch Einsetzen leicht nachprüfen kann

$$X_{I1} = \frac{1}{J} \left[-\int \int M dx^2 + A_{I1} x + B_{I1} \right],$$

$$Y_{I1} = -\frac{1}{J} \left[A_{I1} y - C_{I1} \right]$$

Die Verschiebungen ergeben sich damit entsprechend Gl. (14) zu

$$a) E J u_{I1} = y \int M dx - A_{I1} y + C_{I1}$$

$$b) E J v_{I1} = -\int \int M dx^2 + A_{I1} x + B_{I1} - v M \frac{y^2}{2}.$$

Um Uebereinstimmung mit den Ausdrücken der Balkenbiegungslehre zu erzielen, spalten wir weiter auf. Mit dem Ansatz

$$\left. \begin{aligned} u_{I_1} &= u_{I_1}' + u_{I_1}'' \\ v_{I_1} &= v_{I_1}' + v_{I_1}'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

sowie

$$\begin{aligned} A_{I_1} &= A_{I_1}' + A_{I_1}'' \\ B_{I_1} &= B_{I_1}' + B_{I_1}'' \\ C_{I_1} &= C_{I_1}' + C_{I_1}'' \end{aligned}$$

wobei die Werte mit gleichem Zeiger zusammengehören sollen, kann man die obigen Gleichungen für u_{I_1} und v_{I_1} dann in der folgenden Form schreiben:

$$\left. \begin{aligned} a) \ E J u_{I_1}' &= y \int M dx - A_{I_1}' y + C_{I_1}' \\ b) \ E J v_{I_1}' &= - \int \int M dx^2 + A_{I_1}' x + B_{I_1}' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

und

$$\left. \begin{aligned} a) \ E J u_{I_1}'' &= - A_{I_1}'' y + C_{I_1}'' \\ b) \ E J v_{I_1}'' &= - v M \frac{y^2}{2} + A_{I_1}'' x + B_{I_1}'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

Die Freiwerte A_{I_1}' , B_{I_1}' , C_{I_1}' sowie A_{I_1}'' , B_{I_1}'' und C_{I_1}'' sind aus den Auflagerbedingungen zu ermitteln. Die Verschiebungen u_{I_1}' und v_{I_1}' stimmen mit den entsprechenden Werten u_M und v_M der Balkenbiegungslehre vollständig überein, wie der Vergleich der Formeln (23) und (5) bzw. (6) zeigt. Daß nach der elementaren Theorie v_M kein von y abhängiges Glied enthalten kann, geht aus Gl. (4 b) klar hervor. Die Ausdrücke (24) sind also Korrekturglieder, die durch Berücksichtigung der Querdehnung entstanden sind. Setzt man näherungsweise $v = 0$, wie dies bei Stahlbetonbauten vielfach angenommen wird, so verschwinden die Verschiebungen u_{I_1}'' und v_{I_1}'' .

β) Zustand I 2

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_y = 0 \\ \tau &= \tau_I = \frac{Q}{2J} (h^2 - y^2). \end{aligned}$$

Eingesetzt in Gl. (15) ergibt sich

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} = (1 + v) \frac{Q}{J} (h^2 - y^2).$$

Der Anteil

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} = - (1 + v) \frac{Q}{J} y^2 \dots \dots \dots (25)$$

soll wieder später behandelt werden. Wir betrachten also hier nur die Gleichung

$$\frac{dX_{I_2}}{dx} + \frac{dY_{I_2}}{dy} = (1 + v) \frac{Q}{J} h^2,$$

deren Lösung sich wie folgt ergibt

$$\begin{aligned} X_{I_2} &= \frac{1}{J} \left[(1 + v) h^2 \int Q dx + A_{I_2} x + B_{I_2} \right] \\ Y_{I_2} &= - \frac{1}{J} \left[A_{I_2} y - C_{I_2} \right] \end{aligned}$$

Die Verschiebungen betragen dann lt. Gl. (14)

$$\left. \begin{aligned} a) \ E J u_{I_2} &= - A_{I_2} y + C_{I_2} \\ b) \ E J v_{I_2} &= (1 + v) h^2 \int Q dx + A_{I_2} x + B_{I_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

Die waagerechten Verschiebungen u nach der Scheibentheorie — Gl. (26 a) — stimmen im Aufbau völlig mit denen der elementaren Balkenbiegungslehre — Gl. (8) — überein. Bei den Durchbiegungen v — Gl. (26 b) und (9) — ergibt sich Uebereinstimmung, wenn man $\alpha = \frac{3}{2}$ setzt.

γ) Zustand I 3

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 0 \\ \sigma_y &= \sigma_{yI} = - \frac{P}{6J} (2h^3 - 3h^2 y + y^3) \\ \tau &= 0. \end{aligned}$$

Diese Werte in Gl. (15) eingesetzt ergibt:

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} = \frac{1}{24J} (8h^3 - 6h^2y + y^3) y \frac{dp}{dx} + \nu \frac{1}{2J} (h^2 - y^2) \int p dx$$

Den Anteil

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} = \frac{1}{24J} (8h^3 - 6h^2y + y^3) y \frac{dp}{dx} + \nu \frac{1}{2J} y^2 \int p dx \quad (27)$$

wollen wir uns wieder für später aufheben. Wir beschränken uns hier also auf die Gleichung

$$\frac{dX_{I3}}{dx} + \frac{dY_{I3}}{dy} = \nu \frac{h^2}{2J} \int p dx$$

Ihre Lösung lautet

$$X_{I3} = \frac{1}{J} \left[\nu \frac{h^2}{2} \int \int p dx^2 + A_{I3} x + B_{I3} \right]$$

$$Y_{I3} = -\frac{1}{J} [A_{I3} y - C_{I3}]$$

Damit ergeben sich die Verschiebungen nach Gl. (14) zu

$$\left. \begin{aligned} a) E J u_{I3} &= \frac{\nu}{6} (2h^3 - 3h^2y + y^3) \int p dx - A_{I3} y + C_{I3} \\ b) E J v_{I3} &= -\frac{p}{24} (8h^3 - 6h^2y + y^3) y + \nu \frac{h^2}{2} \int \int p dx^2 + A_{I3} x + B_{I3} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

worin A_{I3} , B_{I3} und C_{I3} wieder Freiwerte sind.

Diese Ausdrücke haben in der elementaren Balkenbiegungslehre kein Gegenstück. Ihr Einfluß wird bei den Beispielen zahlenmäßig untersucht werden.

8) Zustand II

Im Gegensatz zu Zustand I soll hier keine weitere Aufspaltung mehr vorgenommen werden. Wir untersuchen also in diesem Rechnungsgange den Einfluß sämtlicher drei Spannungen σ_{xII} , σ_{yII} und τ_{II} . Die Funktionen X_{II} und Y_{II} ergeben sich also aus Gl. (15), indem man überall den Zeiger II anfügt. Ferner sollen hier auch die früher unerledigt gebliebenen Ausdrücke (21), (25) und (27) berücksichtigt werden. Wir erhalten damit die folgende Gleichung

$$\frac{dX_{II}}{dx} + \frac{dY_{II}}{dy} = 2(1 + \nu) \tau_{II} - \frac{\partial}{\partial y} \int \sigma_{xII} dx - \frac{\partial}{\partial x} \int \sigma_{yII} dy + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x} \int \sigma_{xII} dy + \frac{\partial}{\partial y} \int \sigma_{yII} dx \right] - \frac{1}{24J} \left[12(2 + \nu) Q y^2 + 12 \nu y^2 \int p dx - (8h^3 - 6h^2y + y^3) y \frac{dp}{dx} \right]$$

Funktionen der beiden Veränderlichen x und y dürfen auf der rechten Gleichungsseite nicht vorkommen. Es hat zunächst den Anschein, als ob derartige Ausdrücke, die wir uns bei der Untersuchung der Zustände I 1 bis I 3 aufgespart haben, nun hier auftreten würden. Es zeigt sich jedoch, daß die Funktionen von x und y sich sämtlich gegeneinander aufheben. Wir können also ansetzen

$$\left. \begin{aligned} 2(1 + \nu) \tau_{II} - \frac{\partial}{\partial y} \int \sigma_{xII} dx - \frac{\partial}{\partial x} \int \sigma_{yII} dy + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x} \int \sigma_{xII} dy + \frac{\partial}{\partial y} \int \sigma_{yII} dx \right] - \\ - \frac{1}{24J} \left[12(2 + \nu) Q y^2 + 12 \nu y^2 \int p dx - (8h^3 - 6h^2y + y^3) y \frac{dp}{dx} \right] = \bar{X} + \bar{Y}, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

worin $\bar{X} = \bar{X}(x)$ eine Funktion von x allein und $\bar{Y} = \bar{Y}(y)$ eine Funktion von y allein ist. Die Bestimmungsgleichung

$$\frac{dX_{II}}{dx} + \frac{dY_{II}}{dy} = \bar{X} + \bar{Y}$$

hat die Lösung

$$X_{II} = \int \bar{X} dx + \frac{1}{J} (A_{II} x + B_{II})$$

$$Y_{II} = \int \bar{Y} dy - \frac{1}{J} (A_{II} y - C_{II})$$

Die Verschiebungen ergeben sich dann nach Gl. (14) zu

$$\left. \begin{aligned} a) E J u_{II} &= J \left[\int \sigma_{xII} dx - \nu \int \sigma_{yII} dx + \int \bar{Y} dy \right] - A_{II} y + C_{II} \\ b) E J v_{II} &= J \left[\int \sigma_{yII} dy - \nu \int \sigma_{xII} dy + \int \bar{X} dx \right] + A_{II} x + B_{II} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

A_{II} , B_{II} und C_{II} sind darin wieder Freiwerte, die aus den Auflagerbedingungen zu ermitteln sind.

Auch hier ist kein Vergleich möglich, da entsprechende Ausdrücke bei der Balkenbiegungslehre fehlen. In wie weit diese zusätzlichen Verschiebungen praktisch zu berücksichtigen sind, wird bei den Beispielen zahlenmäßig geprüft werden.

Für den Sonderfall $p = 0$ auf dem gesamten Träger verschwinden, wie früher gezeigt wurde, sämtliche Spannungen des Zustandes II. Gl. (29) vereinfacht sich dann zu

$$\bar{X} + \bar{Y} = -\frac{1}{2J} (2 + \nu) Q y^2.$$

Beachtet man, daß entsprechend Gl. (2a) $Q = \text{konst.}$ wird, dann ergibt sich

$$X = 0, \quad \bar{Y} = -\frac{1}{2J} (2 + \nu) Q y^2$$

Die Verschiebungen betragen dann entsprechend Gl. (30)

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } E J u_{II} &= -\frac{1}{6} (2 + \nu) Q y^3 - A_{II} y + C_{II} \\ \text{b) } E J v_{II} &= A_{II} x + B_{II} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

Man hätte für den Sonderfall $p = 0$ die part. Lösungen der Gl. (21) und (25) natürlich auch bei den Zuständen I 1 und I 2 berücksichtigen können. In diesem Falle wäre dann der Zustand II gänzlich fortgefallen. Der Leser kann sich die entsprechenden Formeln leicht selbst aufstellen, aus Gründen der Platzersparnis sei hier davon abgesehen.

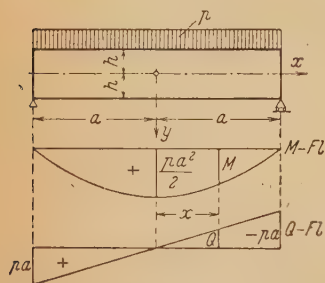


Abb. 6.

Der einfache Balken mit Gleichlast.

3. Beispiele.

a) Der einfache Balken mit gleichmäßig verteilter Belastung (Abb. 6).

Mit den Schnittgrößen

$$M = \frac{p}{2} (a^2 - x^2); \quad Q = -p x$$

ergeben sich die Spannungen nach der Balkenbiegungslehre lt. Gl. (3) zu

$$\sigma_x = \frac{p}{2J} (a^2 - x^2) y; \quad \tau = -\frac{p}{2J} x (h^2 - y^2).$$

Infolge der Biegemomente entstehen mit

$$\int M dx = \frac{p}{6} (3a^3 - x^3) x \quad \text{und} \quad \int \int M dx^2 = \frac{p}{24} (6a^2 - x^2) x^2$$

nach Gl. (5) und (6) die Verschiebungen

$$E J u_M = \frac{p}{6} (3a^2 - x^2) x y - A_1 y + C_1$$

$$E J v_M = -\frac{p}{24} (6a^2 - x^2) x^2 + A_1 x + B_1$$

Am festen Auflager ($x = 0, y = h$) müssen u und v Null werden, am beweglichen Lager ($x = a, y = h$) verschwindet nur v . Daraus ergeben sich die Freiwerte zu

$$A_1 = 0, \quad B_1 = \frac{5}{24} p a^4, \quad C_1 = \frac{1}{3} p a^3 h$$

Damit wird

$$E J u_M = \frac{p}{6} (2a^3 h + 3a^2 x y - x^3 y)$$

$$E J v_M = \frac{p}{24} (5a^4 - 6a^2 x^2 + x^4) = \frac{M}{12} (5a^2 - x^2).$$

Die Verschiebungen infolge der Querkräfte betragen mit $\int Q dx = -\frac{p}{2} x^2$ nach Gl. (8) und (9)

$$E J u_Q = -A_2 y + C_2$$

$$E J v_Q = -\frac{1}{3} (1 + \nu) x p h^2 x^2 + A_2 x + B_2.$$

Errechnet man aus den Auflagerbedingungen die Freiwerte zu

$$A_2 = 0, \quad B_2 = \frac{1}{3} (1 + \nu) x p h^2 a^2, \quad C_2 = 0.$$

so erhält man

$$E J u_Q = 0$$

$$E J v_Q = \frac{1}{3} (1 + \nu) x p h^2 (a^2 - x^2) = \frac{2}{3} (1 + \nu) x M h^2.$$

Die v_M -Linie ist eine biquadratische Parabel, die v_Q -Linie eine gewöhnliche quadratische Parabel; die Größtwerte beider Kurven liegen in Trägersmitte ($x = 0$). Um den Einfluß der Querkkräfte schnell übersehen zu können, setzen wir für die Trägersmitte an

$$E J v_Q(0) = \mu \times E J v_M(0)$$

worin

$$\mu = 1,6 (1 + \nu) \left(\frac{h}{a} \right)^2$$

In Tafel 1 sind diese Verhältniswerte μ für einige Werte von ν bzw. $\frac{h}{a}$ zusammengestellt. Für Beton und Stahlbeton kommt $\nu = 0$, bis $1/6$ in Frage, für Stahl ist rund $\nu = 0,3$. Die größte überhaupt mögliche Querkzahl beträgt $\nu = 0,5$.

$\frac{h}{a} \backslash \nu$	0	$\frac{1}{6}$	0,3	0,5
0,1	0,016	0,0187	0,0208	0,024
0,2	0,064	0,0747	0,0832	0,096
0,3	0,144	0,1680	0,1872	0,216
0,4	0,256	0,2987	0,3328	0,384
0,5	0,400	0,4667	0,5200	0,600
0,6	0,576	0,6720	0,7488	0,864
0,7	0,784	0,9147	1,0192	1,176
0,8	1,024	1,1947	1,3312	1,536
0,9	1,296	1,5120	1,6848	1,944
1,0	1,600	1,8667	2,0800	2,400

Tafel 1: $\mu = 1,6 (1 + \nu) \left(\frac{h}{a} \right)^2$

Zahlentafel 1 bestätigt das bekannte Ergebnis, daß der Einfluß der Querkkräfte auf die Durchbiegung bei den normalen schlanken Trägern sehr gering ist, während er bei gedrunenen Trägern einen beträchtlichen Anteil ausmachen kann. Den Verhältniswert μ haben wir dabei zunächst aus dem Spiel gelassen; darauf wollen wir erst eingehen, wenn die Ergebnisse aus der Scheibentheorie vorliegen. Der Zustand I der Scheibentheorie liefert, von σ_{xI} abgesehen, die gleichen Spannungen wie die Balkentheorie. Wir erhalten nach Gl. (17) bzw. (18)

$$F_I = \frac{p}{12 J} (a^2 - x^2) (2 h^3 - 3 h^2 y + y^3)$$

$$\sigma_{xI} = \frac{p}{2 J} (a^2 - x^2) y$$

$$\sigma_{yI} = - \frac{p}{6 J} (2 h^3 - 3 h^2 y + y^3)$$

$$\tau_{I} = - \frac{p}{2 J} x (h^2 - y^2)$$

Die Zusatzfunktion F_{II} muß der Gleichung (20) genügen

$$\Delta \Delta F_{II} = \frac{2 p}{J} y.$$

Die Lösung beträgt, wie man durch Einsetzen leicht nachprüfen kann

$$F_{II} = - \frac{p}{60 J} (2 h^2 - y^2) y^3$$

Daraus ergeben sich dann die Spannungen

$$\sigma_{xII} = \frac{\partial^2 F_{II}}{\partial y^2} = - \frac{p}{15 J} (3 h^2 - 5 y^2) y$$

$$\sigma_{yII} = \frac{\partial^2 F_{II}}{\partial x^2} = 0$$

$$\tau_{II} = - \frac{\partial^2 F_{II}}{\partial x \partial y} = 0.$$

Die Randbedingungen $\sigma_{yII} = \tau_{II} = 0$ für $y = \pm h$ sind somit erfüllt. Man überzeugt sich leicht, daß auch die Schnittgrößen M_{II} und N_{II} verschwinden; Q_{II} wird infolge $\tau_{II} = 0$ ohnehin zu Null.

Der Verlauf der Werte F , σ und τ für den Zustand I ist bereits früher (Abb. 5) dargestellt; Abb. 7 zeigt die Werte F_{II} und σ_{xII} längs eines beliebigen Querschnittes.

Die Zusatzfunktion F_{II} ist ebenso wie die Zusatzspannung σ_{xII} unabhängig von x . Die Spannungskurve nach Abb. 7 tritt somit an jeder Stelle des Trägers auf, auch an den Balkenköpfen ($x = \pm a$). Zwar ruft, wie bereits bemerkt, σ_{xII} keinerlei Schnittgrößen hervor, weder eine Normalkraft noch ein Biegemoment; trotzdem liegt in dem Auftreten von Längsspannungen an den Balkenköpfen, die nach der Aufgabe längsspannungsfrei sein sollen, eine Unvollkommenheit der Lösung.

Zu den Spannungen $\sigma_x = \sigma_{xI}$ und $\tau = \tau_I$ der Balkenbiegungslehre kommen nach der Scheibentheorie noch die Spannungen σ_{xII} und σ_{yI} hinzu. Die größte Spannung σ_{xII} tritt an den Balkenrändern ($y = \pm h$) auf; sie beträgt, absolut genommen, $0,2 p$ (vgl. Abb. 7). Für die Bemessung des Trägers kommt vor allem die Randspannung in Balkenmitte ($x = 0$, $y = \pm h$) in Betracht. Dort ist, wieder ohne Vorzeichen genommen

$$\sigma_{xI} = 0,75 p \left(\frac{a}{h} \right)^2.$$

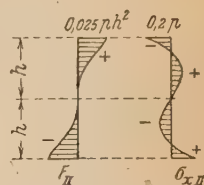


Abb. 7.
Spannungsverteilung
für Teilzustand II.

Wir setzen an

$$\sigma_{xII} = 0,2 p = 0,75 p \left(\frac{a}{h}\right)^2 \mu$$

worin

$$\mu = 0,267 \left(\frac{h}{a}\right)^2$$

$\frac{h}{a}$	μ
0,1	0,0027
0,2	0,0107
0,3	0,0240
0,4	0,0427
0,5	0,0667
0,6	0,0960
0,7	0,1307
0,8	0,1707
0,9	0,2160
1,0	0,2667

Tafel 2: $\mu = 0,267 \left(\frac{h}{a}\right)^2$

Zahlen-tafel 2 gibt die Werte μ für einige Verhältnisswerte $\frac{h}{a}$ an. Für normale Balkenhöhen ($\frac{h}{a} \approx 0,1$) ist die Zusatzspannung praktisch ohne Einfluß, da sie unterhalb der üblichen Rechengenauigkeit liegt. Läßt man beispielsweise einen Fehler von 0,005 = 1/200 (Rechengenauigkeit) zu, dann darf $\frac{h}{a}$ auf 0,137 anwachsen, ehe diese Fehlergrenze überschritten wird.

In anderen Querschnitten wird das Verhältnis natürlich ungünstiger, da σ_{xI} kleiner wird, während σ_{xII} ungeändert bleibt. Im allgemeinen wird man diese Werte jedoch kaum brauchen; im Bedarfsfalle sind sie ebenso leicht ermittelt.

Der Größt-wert von σ_{yI} ist zwar fünfmal größer als der von σ_{xI} . Für $\frac{h}{a} = 0,1$ ist σ_{yI} aber auch erst 1,33 % von dem Größt-wert von σ_{xI} , kann daher praktisch ebenfalls vernachlässigt werden.

Für hohe wandartige Träger dagegen sind die Zusatzspannungen σ_{xII} und σ_{yI} durchaus in Betracht zu ziehen. Die Berechnung nach der Balkenbiegungslehre ist dann nicht mehr zulässig.

Die Verschiebungen u_{II}' und v_{II}' infolge der Längsspannungen σ_{xI} betragen

$$E J u_{II}' = E J u_M = \frac{p}{6} (2 a^3 h + 3 a^2 x y - x^3 y)$$

$$E J v_{II}' = E J v_M = \frac{p}{24} (5 a^4 - 6 a^2 x^2 + x^4) = \frac{M}{12} (5 a^2 - x^2).$$

Neu zu berechnen sind nur die zweimal gestrichenen Werte entsprechend (24)

$$E J u_{II}'' = -A_{II}'' y + C_{II}''$$

$$E J v_{II}'' = -v \frac{p}{4} (a^2 - x^2) y^2 + A_{II}'' x + B_{II}''.$$

Die Freiwerte ergeben sich aus den Auflagerbedingungen zu

$$A_{II}'' = B_{II}'' = C_{II}'' = 0,$$

so daß also übrig bleibt

$$E J u_{II}'' = 0$$

$$E J v_{II}'' = -v \frac{p}{4} (a^2 - x^2) y^2 = -v M \frac{y^2}{2}.$$

Für die Stabachse verschwindet v_{II}'' , an den Balkenrändern ($y = \pm h$) erreicht v_{II}'' seinen Größt-wert. Um den Einfluß des Korrekturwertes v_{II}'' abzuschätzen, vergleichen wir die entsprechenden Werte von v_{II}' und v_{II}'' in Trägermitte ($x = 0$). Ohne Rücksicht auf das Vorzeichen erhält man (für $y = \pm h$):

$$E J v_{II}'(0) = \frac{5}{24} p a^4$$

$$E J v_{II}''(0) = \frac{v}{4} p a^2 h^2 = \mu \frac{5}{24} p a^4,$$

worin

$$\mu = 1,2 v \left(\frac{h}{a}\right)^2.$$

Für normale Balkenhöhen ($\frac{h}{a} \approx 0,1$) ist der Korrekturwert

v_{II}'' praktisch ohne Einfluß, wie man aus Tafel 3 erkennt. Vernachlässigt man die Querdehnung, nimmt man also $v = 0$ an, so verschwindet v_{II}'' für jeden Wert von y , wie es auch sein muß.

Berücksichtigt man nur den Einfluß der Schubspannungen, so erhält man nach Gl. (26)

$\frac{h}{a} \backslash v$	$\frac{1}{6}$	0,3	0,5
0,1	0,002	0,0036	0,006
0,2	0,008	0,0144	0,024
0,3	0,018	0,0324	0,054
0,4	0,032	0,0576	0,096
0,5	0,050	0,0900	0,150
0,6	0,072	0,1296	0,216
0,7	0,098	0,1764	0,294
0,8	0,128	0,2304	0,384
0,9	0,162	0,2916	0,486
1,0	0,200	0,3600	0,600

Tafel 3: $\mu = 1,2 v \left(\frac{h}{a}\right)^2$

$$E J u_{I2} = -A_{I2} y + C_{I2}$$

$$E J v_{I2} = -\frac{p}{2} (1 + \nu) h^2 x^2 + A_{I2} x + B_{I2}.$$

Die Anpassung an die vorhandenen Auflagerbedingungen liefert

$$A_{I2} = 0; \quad B_{I2} = \frac{p}{2} (1 + \nu) h^2 a^2; \quad C_{I2} = 0.$$

Damit wird

$$E J u_{I2} = 0$$

$$E J v_{I2} = \frac{p}{2} (1 + \nu) h^2 (a^2 - x^2) = (1 + \nu) M h^2.$$

Nach der Balkenbiegungslehre lieferten, wie wir früher sahen, die Querkräfte keinen Beitrag zur waagerechten Verschiebung u ; zum gleichen Ergebnis kommen wir auch hier. Die Durchbiegung v_{I2} stimmt mit dem Wert v_Q überein, wenn man $\alpha = \frac{3}{2}$ setzt.

Infolge der lotrechten Normalspannungen σ_{y1} entstehen nach Gl. (28) die Verschiebungen

$$E J u_{I3} = \nu \frac{p}{6} (2 h^3 - 3 h^2 y + y^3) x + A_{I3} y + C_{I3}$$

$$E J v_{I3} = -\frac{p}{24} (8 h^3 - 6 h^2 y + y^3) y + \nu \frac{p}{4} h^2 x^2 + A_{I3} x + B_{I3}.$$

Aus den Auflagerbedingungen ergeben sich die Freiwerte zu

$$A_{I3} = 0; \quad B_{I3} = \frac{p}{8} (h^2 - 2 \nu a^2) h^2; \quad C_{I3} = 0,$$

womit man dann erhält

$$E J u_{I3} = \nu \frac{p}{6} (2 h^3 - 3 h^2 y + y^3) x = \nu \frac{p}{6} (2 h^2 - h y - y^2) (h - y) x$$

$$E J v_{I3} = \frac{p}{24} (3 h^4 - 8 h^3 y + 6 h^2 y^2 - y^4) - \nu \frac{p}{4} h^2 (a^2 - x^2) = \frac{p}{24} (3 h + y) (h - y^3) - \nu M \frac{h^2}{2}.$$

Da in der Balkenbiegungslehre die Normalspannungen σ_y unberücksichtigt bleiben, so ist kein Vergleich mit den dortigen Ergebnissen möglich.

Schließlich bleibt noch der Einfluß der Zusatzfunktion F_{II} zu untersuchen. Führt man die bereits ermittelten Werte der Spannungen und Schnittgrößen in die Gl. (29) ein, so kommt man zu

$$\bar{X} + \bar{Y} = \frac{p h^2}{5 J} x,$$

woraus sich sofort ergibt

$$\bar{X} = \frac{p h^2}{5 J} x; \quad \bar{Y} = 0.$$

Die Verschiebungen betragen dann nach Gl. (30)

$$E J u_{II} = -\frac{p}{15} (3 h^2 - 5 y^2) x y - A_{II} y + C_{II}$$

$$E J v_{II} = \nu \frac{p}{60} (6 h^2 - 5 y^2) y^2 + \frac{p}{10} h^2 x^2 + A_{II} x + B_{II}.$$

Die Freiwerte ermittelt man wieder aus den Auflagerbedingungen zu

$$A_{II} = 0; \quad B_{II} = -\frac{p}{10} h^2 a^2 - \nu \frac{p}{60} h^4; \quad C_{II} = \frac{2}{15} p a h^3,$$

womit sich dann die folgenden Verschiebungen ergeben:

$$E J u_{II} = \frac{p}{15} (2 a h^3 - 3 h^2 x y + 5 x y^3)$$

$$E J v_{II} = -\frac{p}{10} h^2 (a^2 - x^2) - \nu \frac{p}{60} (h^4 - 6 h^2 y^2 + 5 y^4) = -\frac{1}{5} M h^2 - \nu \frac{p}{60} (h^2 - 5 y^2) (h^2 - y^2).$$

Abb. 8 zeigt den Verlauf der waagerechten Verschiebungen u , sofern sie von Null verschieden sind, für die drei Querschnitte $x = -a$, $x = 0$ und $x = a$. Von besonderem Interesse für die Anwendung ist die Verschiebung des beweglichen Lagers ($x = a$, $y = h$). Die elementare Theorie liefert dafür den Betrag $\frac{2}{3} p a^3 h$; dazu kommt infolge des Zustandes II der Wert

$$\frac{4}{15} p a h^3 = \mu \frac{2}{3} p a^3 h$$

worin

$\frac{h}{a}$	μ
0,1	0,004
0,2	0,016
0,3	0,036
0,4	0,064
0,5	0,100
0,6	0,144
0,7	0,196
0,8	0,256
0,9	0,324
1,0	0,400

Tafel 4: $\mu = 0,4 \left(\frac{h}{a} \right)^2$

sowie für die untere und obere Balkenfaser ($y = \pm h$). Am einfachsten zu übersehen sind die Verhältnisse für die Balkenunterkante ($y = h$). Für diese verschwinden, wie man sofort erkennt, die beiden Rechtecke. Zu der biquadratischen v_M -Linie tritt also nur noch eine quadratische Parabel hinzu von dem Pfeil

$$p a^2 h^2 \left[-\frac{v}{4} + \frac{1}{2} (1 + v) - \frac{v}{4} - \frac{1}{10} \right] = 0,4 p a^2 h^2.$$

Die $EJ v_Q$ -Linie der elementaren Balkentheorie ist, wie früher abgeleitet wurde, eine quadratische Parabel vom Pfeil

$$\frac{1}{3} (1 + v) \times p a^2 h^2.$$

Die beiden quadratischen Parabeln sind identisch, wenn man ansetzt

$$\frac{1}{3} (1 + v) \times p a^2 h^2 = 0,4 p a^2 h^2$$

oder

$$z = \frac{1,2}{1 + v}.$$

v	z
0	1,20
$\frac{1}{3}$	1,03
0,3	0,92
0,5	0,80

Tafel 5: $z = \frac{1,2}{1 + v}$

einem Rechteck von der Höhe

$$\frac{3}{24} p h^4 - \frac{1}{60} v p h^4 = \frac{1}{120} (15 - 2v) p h^4$$

und einer quadratischen Parabel vom Pfeil

$$p a^2 h^2 \left[\frac{1}{2} (1 + v) - \frac{v}{4} - \frac{1}{10} \right] = \frac{1}{20} (8 + 5v) p a^2 h^2$$

Die gesamte Ordinate in Trägermitte beträgt also

$$\frac{p a^2 h^2}{120} \left[6 (8 + 5v) + (15 - 2v) \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right]$$

Wie man aus Tafel 4 ersieht, ist für normale Balkenhöhen ($\frac{h}{a} \approx 0,1$) die zusätzliche Verschiebung u_{II} belanglos; für hohe wandartige Träger kann indessen der Zuschlag so hoch werden, daß die Berechnung nach der Balkenbiegungslehre nicht mehr durchgeführt werden darf.

Die Durchbiegungen v sind größenordnungsmäßig so verschieden, daß man, wollte man sämtliche Biegungslinien im gleichen Maßstab aufzeichnen, ein unübersichtliches Bild erhielte. In Abb. 9 sind daher sämtliche v -Linien absichtlich verzerrt aufgetragen. Die $v'_{II} = v_M$ Linie ist eine biquadratische Parabel, die übrigen Kurven sind quadratische Parabeln.

Von besonderem Interesse sind die Biegungslinien für die Stabachse ($y = 0$) sowie für die untere und obere Balkenfaser ($y = \pm h$). Am einfachsten zu übersehen sind die Verhältnisse für die Balkenunterkante ($y = h$). Für diese verschwinden, wie man sofort erkennt, die beiden Rechtecke. Zu der biquadratischen v_M -Linie tritt also nur noch eine quadratische Parabel hinzu von dem Pfeil

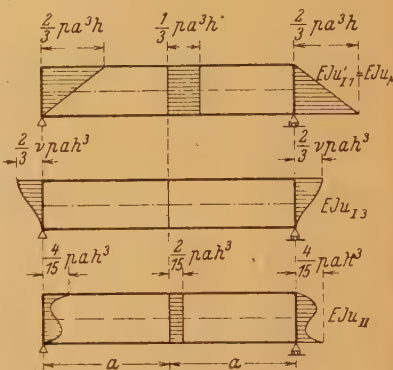


Abb. 8. Waagerechte Verschiebungen des einfachen Balkens.

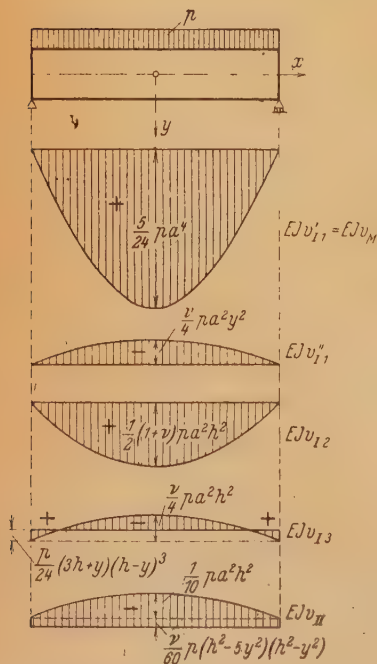


Abb. 9. Biegungslinien des einfachen Balkens.

Diesen Wert gleich der Mittelordinate der v_Q -Linie gesetzt ergibt

$$\frac{1}{3} (1 + v) \times p a^2 h^2 = \frac{1}{120} p a^2 h^2 \left[6 (8 + 5v) + (15 - 2v) \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right]$$

woraus folgt

$$x = \frac{6 (8 + 5v) + (15 - 2v) \left(\frac{h}{a} \right)^2}{40 (1 + v)}$$

$\frac{h}{a}$ \ v	0	$\frac{1}{6}$	0,3	0,5
0	1,200	1,136	1,096	1,050
0,1	1,204	1,139	1,099	1,052
0,2	1,215	1,148	1,107	1,059
0,3	1,234	1,164	1,121	1,071
0,4	1,260	1,186	1,140	1,087
0,5	1,294	1,214	1,165	1,108
0,6	1,335	1,249	1,196	1,134
0,7	1,384	1,290	1,232	1,164
0,8	1,440	1,337	1,273	1,199
0,9	1,504	1,390	1,320	1,239
1,0	1,575	1,450	1,373	1,283

Tafel 6: $x = \frac{6 (8 + 5v) + (15 - 2v) \left(\frac{h}{a} \right)^2}{40 (1 + v)}$

$\frac{h}{a}$ \ v	0	$\frac{1}{6}$	0,3	0,5
0	1,20	1,029	0,923	0,800
0,1	1,22	1,046	0,938	0,813
0,2	1,28	1,097	0,985	0,853
0,3	1,38	1,183	1,062	0,920
0,4	1,52	1,303	1,169	1,013
0,5	1,70	1,457	1,308	1,133
0,6	1,92	1,646	1,477	1,280
0,7	2,18	1,869	1,677	1,453
0,8	2,48	2,126	1,908	1,653
0,9	2,82	2,417	2,169	1,880
1,0	3,20	2,743	2,462	2,133

Tafel 7: $x = \frac{6 + 10 \left(\frac{h}{a} \right)^2}{5 (1 + v)}$

Mit steigender Querszahl v wird, wie aus Zahlen-tafel 6 ersichtlich ist, x kleiner; allerdings ist die Abminderung nicht so stark wie in Tafel 5.

Während an der Unterkante des Balkens der x -Wert für sämtliche Punkte des Trägers gilt, ist die Uebereinstimmung hier nur in Trägermitte vorhanden. Da praktisch i. a. nur der Größtwert der Durchbiegung gebraucht wird, ist diese Einschränkung nur mehr von theoretischem Interesse. Im Bedarfsfalle kann man anhand der angegebenen Werte die Biegelinie für sämtliche Punkte des Trägers leicht ermitteln.

Für den oberen Trägerstrand ($y = -h$) ergibt sich, wenn man ebenso wie für die Trägerachse ($y = 0$) die Durchbiegungen in Balkenmitte ($x = 0$) vergleicht

$$x = \frac{6 + 10 \left(\frac{h}{a} \right)^2}{5 (1 + v)}$$

Bemerkenswert ist hier das verhältnismäßig starke Ansteigen des x -Wertes im Bereich der hohen wandartigen Träger (siehe Zahlen-tafel 7). Es macht sich hier der Einfluß des Rechtecks innerhalb des v -Wertes bemerkbar.

Bezüglich der Einschränkungen gilt hier dasselbe, was oben bei dem x -Wert für die Stabachse bereits gesagt wurde.

Wie wir früher feststellten, ist für schlanke Träger der Einfluß der Querkkräfte auf die Durchbiegung sehr gering (s. Tafel 1); dabei war allerdings die Größe des x -Wertes noch unbekannt. Dieser liegt, wie aus Tafel 5, 6 und 7 hervorgeht, in der Gegend von eins. Das in der Praxis übliche Verfahren, schlanke Träger nach der elementaren Balkenbiegungslehre zu berechnen und bei der Ermittlung der Durchbiegungen den Einfluß der Querkkräfte zu vernachlässigen, erweist sich also als genügend genau. Bei gedungenen Trägern sollte dieses vereinfachte Verfahren aber nur mit Vor-

sicht angewendet werden. Mit Hilfe der angegebenen μ - bzw. x -Zahlen ist jedoch auch für derartige Träger die Rechnung schnell durchzuführen.

Dreieckförmige, parabolische, sinusförmige Belastungen usw. sind in gleicher Weise zu behandeln wie die vorliegende gleichmäßig verteilte Last. Von einer Bekanntgabe dieser Fälle möge daher hier abgesehen werden.

b) Der Freitrag mit einer Einzellast (Abb. 10).

Die Schnittgrößen betragen in diesem Falle

$$M = -P(l - x); \quad Q = +P.$$

Damit ergeben sich die Spannungen nach der Balkenbiegungslehre gemäß Gl. (3) zu

$$\sigma_x = -\frac{P}{J} (l - x) y \quad \tau = \frac{P}{2J} (h^2 - y^2).$$

Mit

$$\int M dx = -\frac{P}{2} (2l - x) x \quad \text{und} \quad \int \int M dx^2 = -\frac{P}{6} (3l - x) x^2$$

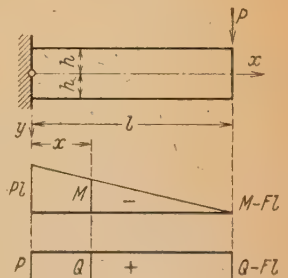


Abb. 10.

Der Freitrag mit Einzellast.

errechnen sich die Verschiebungen infolge der Biegemomente nach Gl. (5) bzw. (6) zu

$$E J u_M = -\frac{P}{2} (21-x) x y - A_1 y + C_1$$

$$E J v_M = \frac{P}{6} (31-x) x^2 + A_1 x + B_1$$

und daraus

$$\frac{\partial}{\partial y} (E J u_M) = -\frac{P}{2} (21-x) x - A_1$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (E J v_M) = \frac{P}{2} (21-x) x + A_1$$

Die Auflagerbedingungen werden in der Regel wie folgt angeschrieben: An der Einspannstelle ($x=0$) muß die Durchbiegung verschwinden und die Tangente an die Biegelinie waagrecht verlaufen. Zur Bestimmung des dritten Freiwerthes verlangen wir, daß die Stabachse an der Einspannstelle keine waagerechte Verschiebung aufweist. Wir wollen diese Festlegungen als erste Randbedingung bezeichnen und können damit also ansetzen:

1. Randbedingung: $x=y=0$: $u=v=\frac{\partial v}{\partial x}=0$.

Damit wird

$$A_1 = B_1 = C_1 = 0$$

und daraus

$$E J u_M = -\frac{P}{2} (21-x) x y$$

$$E J v_M = \frac{P}{6} (31-x) x^2$$

Daneben sind noch mehrere andere Auflagerbedingungen an der Einspannstelle möglich. Wir wollen hier nur einen weiteren Fall untersuchen.

2. Randbedingung: $x=y=0$: $u=v=\frac{\partial u}{\partial y}=0$.

Dafür wird

$$A_1 = B_1 = C_1 = 0,$$

woraus folgt

$$E J u_M = -\frac{P}{2} (21-x) x y$$

$$E J v_M = \frac{P}{6} (31-x) x^2$$

Daß die beiden Randbedingungen zum gleichen Ergebnis führen, ist nicht verwunderlich. Ist es doch eine der grundlegenden Annahmen der elementaren Theorie, daß infolge der Biegemomente allein Querschnitte, die vor der Formänderung eben sind und senkrecht zur Stabachse stehen, auch nach der Formänderung eben und senkrecht zur Stabachse bleiben. Schreibt man also vor, daß an der Einspannstelle die Biegelinie waagrecht verlaufen soll (1. Randbedingung), so ist damit zwangsläufig festgelegt, daß an dieser Stelle der Querschnitt lotrecht bleibt (2. Randbedingung).

Dagegen ergeben sich wesentliche Unterschiede bei den Verschiebungen infolge der Querkkräfte. Mit $\int Q dx = Px$ betragen diese laut Gl. (8) und (9)

$$E J u_Q = A_2 y + C_2$$

$$E J v_Q = \frac{2}{3} (1+\nu) x P h^2 x + A_2 x + B_2$$

woraus folgt

$$\frac{\partial}{\partial y} (E J u_Q) = A_2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (E J v_Q) = \frac{2}{3} (1+\nu) x P h^2 + A_2$$

1. Randbedingung: $x=y=0$: $u=v=\frac{\partial v}{\partial x}=0$.

Man erhält

$$A_2 = -\frac{2}{3} (1+\nu) x P h^2, \quad B_2 = C_2 = 0$$

und damit

$$E J u_Q = \frac{2}{3} (1+\nu) x P h^2 y$$

$$E J v_Q = 0$$

2. Randbedingung: $x=y=0$: $u=v=\frac{\partial u}{\partial y}=0$.

Dafür wird

$$\Lambda_2 = B_2 = C_2 = 0$$

woraus

$$E J u_Q = 0$$

$$E J v_Q = -\frac{2}{3} (1+\nu) \times P h^2 x$$

Abb. 11 zeigt die EJ-fachen Verschiebungen unter alleiniger Wirkung der Querkräfte. In der Praxis wird i. a. der Fall der 2. Randbedingung angenommen. Dreht man den Träger als starre Scheibe um den Ursprung als Drehpunkt in entgegengesetztem Uhrzeigersinn um den EJ-fachen Winkel $\frac{2}{3} (1+\nu) \times P h^2$, so erhält man daraus die Verschiebungen der ersten Randbedingung.

Die größten Durchbiegungen treten am Lastangriffspunkt ($x=1$) auf. Um zu übersehen, wie sich der Einfluß der Querkkräfte (nach der 2. Randbedingung) gegenüber dem der Momente auswirkt, setzen wir an

$$E J v_Q(l) = \mu \times E J v_M(l)$$

worin

$$\mu = 2 (1+\nu) \left(\frac{h}{l} \right)^2.$$

$\frac{h}{l}$	ν	0	$\frac{1}{6}$	0,3	0,5
0,05		0,005	0,0058	0,0065	0,0075
0,10		0,020	0,0233	0,0260	0,0300
0,15		0,045	0,0525	0,0585	0,0675
0,20		0,080	0,0933	0,1040	0,1200
0,25		0,125	0,1458	0,1625	0,1875
0,30		0,180	0,2100	0,2340	0,2700
0,35		0,245	0,2858	0,3185	0,3675
0,40		0,320	0,3733	0,4160	0,4800
0,45		0,405	0,4725	0,5265	0,6075
0,50		0,500	0,5833	0,6500	0,7500

Tafel 8: $\mu = 2 (1+\nu) \left(\frac{h}{l} \right)^2$

Der Zustand II fällt fort, da $p=0$ ist; es wird somit

$$F_{II} = \sigma_{xII} = \sigma_{yII} = \tau_{II} = 0.$$

Die nach der technischen Balkenbiegungslehre ermittelten Spannungen sind also streng richtig.

Die Verschiebungen infolge der Längsspannungen σ_{xI} betragen

$$E J u_{II}' = E J u_M = -\frac{P}{2} (21-x) x y$$

$$E J v_{II}' = E J v_M = \frac{P}{6} (31-x) x^2$$

und gemäß (24)

$$E J u_{II}'' = -A_{II}'' y + C_{II}''$$

$$E J v_{II}'' = \frac{\nu}{2} P (1-x) y^2 + A_{II}'' x + B_{II}''.$$

Daraus folgt

$$\frac{\partial}{\partial y} (E J u_{II}'') = -A_{II}''$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (E J v_{II}'') = \frac{\nu}{2} P y^2 + A_{II}''.$$

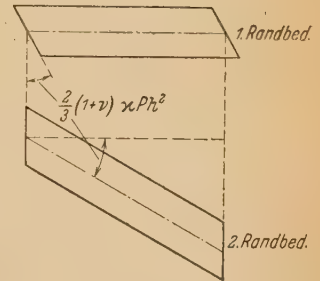


Abb. 11. Formänderung infolge der Querkräfte.

Auch hier bestätigt sich wieder, daß der Einfluß der Querkkräfte auf die Durchbiegung bei schlanken Trägern sehr klein ist gegenüber dem der Momente (vgl. Tafel 8). Allerdings ist dabei vorläufig der Verhältniswert ν noch unbekannt; er ergibt sich, wie wir später sehen werden, zu 1,5.

Der Zustand I der Scheibentheorie liefert, da $p=0$ ist, entsprechend Gl. (17) und (18) genau die gleichen Spannungen wie die Balkenbiegungslehre

$$F_I = -\frac{P}{6 J} (1-x) (2 h^3 - 3 h^2 y + y^3)$$

$$\sigma_{xI} = -\frac{P}{J} (1-x) y$$

$$\sigma_{yI} = 0$$

$$\tau_I = \frac{P}{2 J} (h^2 - y^2).$$

1. und 2. Randbedingung:

Wir erhalten

$$A_{I1}'' = B_{I1}'' = C_{I1}'' = 0$$

somit

$$E J u_{I1}'' = 0$$

$$E J v_{I1}'' = \frac{\nu}{2} P (1-x) y^2.$$

Für die Trägerachse ($y=0$) verschwindet v_{I1}'' , an den Balkenrändern ($y=\pm h$) erreicht v_{I1}'' seinen Größtwert. Zu beachten ist ferner, daß in bezug auf die Veränderliche x der Korrekturwert v_{I1}'' das Maximum an der Einspannstelle ($x=0$) aufweist, während v_{I1}' seinen Größtwert an der Lastangriffsstelle ($x=1$) hat. Vergleichen wir diese beiden Größtwerte, setzen wir also an (für $y=\pm h$)

$$E J v_{I1}''(0) = \mu E J v_{I1}'(1)$$

oder

$$\frac{\nu}{2} P l h^2 = \mu P \frac{l^3}{3},$$

so erhalten wir

$$\mu = 1,5 \nu \left(\frac{h}{l} \right)^2.$$

$\frac{h}{l} \backslash \nu$	1 6	0,3	0,5
0,05	0,0006	0,0011	0,0019
0,10	0,0025	0,0045	0,0075
0,15	0,0056	0,0101	0,0169
0,20	0,0100	0,0180	0,0300
0,25	0,0156	0,0281	0,0469
0,30	0,0225	0,0405	0,0675
0,35	0,0306	0,0551	0,0919
0,40	0,0400	0,0720	0,1200
0,45	0,0506	0,0911	0,1519
0,50	0,0625	0,1125	0,1875

Wie Zahlentafel 9 erkennen läßt, bleibt der Verhältniswert μ für schlanke Träger unterhalb der üblichen Rechengenauigkeit. Für $\nu=0$ verschwindet v_{I1}'' für jeden Wert von y .

Die Schubspannungen τ_1 allein rufen nach Gl. (26) die folgenden Verschiebungen hervor

$$E J u_{I2} = -A_{I2} y + C_{I2}$$

$$E J v_{I2} = (1+\nu) P h^2 x + A_{I2} x + B_{I2}.$$

Die Anpassung an die Auflagerbedingungen liefert die folgenden Ergebnisse:

1. Randbedingung:

$$A_{I2} = -(1+\nu) P h^2; B_{I2} = C_{I2} = 0$$

also

$$E J u_{I2} = (1+\nu) P h^2 y$$

$$E J v_{I2} = 0.$$

2. Randbedingung:

somit

$$A_{I2} = B_{I2} = C_{I2} = 0$$

$$E J u_{I2} = 0$$

$$E J v_{I2} = (1+\nu) P h^2 x.$$

Diese Werte stimmen mit den entsprechenden Werten der elementaren Theorie überein, wenn man $x = \frac{3}{2}$ setzt.

Der Zustand I, 3 der Scheibentheorie liefert nach Gl. (28) bei Berücksichtigung der Auflagerbedingungen in beiden Fällen keine Verschiebungen.

1. und 2. Randbedingung:

woraus

$$A_{I3} = B_{I3} = C_{I3} = 0$$

$$E J u_{I3} = E J v_{I3} = 0.$$

Aus der Tatsache, daß der Zustand II bei den Spannungen fortfällt, könnte man evtl. schließen, daß dies dann auch bei den Formänderungen stets der Fall sein müßte. Darauf, daß dieser Schluß irrig ist, haben wir schon früher hingewiesen; stecken doch in dem Zustand II eine Reihe von Werten, die bei der Untersuchung der Zustände I aufgespart wurden (siehe Gl. (21), (25) und (27)). Man erkennt dies sofort, wenn man lt. Gl. (31) für $p=0$ bildet.

$$E J u_{II} = -\frac{1}{6} (2+\nu) P y^3 - A_{II} y + C_{II}$$

$$E J v_{II} = A_{II} x + B_{II}.$$

Wir erhalten für beide Randbedingungen die gleichen Werte, nämlich

1. und 2. Randbedingung:

$$A_{II} = B_{II} = C_{II} = 0$$

und damit

$$E J u_{II} = -\frac{1}{6} (2 + \nu) P y^3$$

$$E J v_{II} = 0.$$

In Abb. 12 ist der Verlauf der waagerechten Verschiebungen u für den Fall der ersten Randbedingung dargestellt, und zwar für die beiden Querschnitte $x = 0$ und $x = l$. Die Verschiebungen u_{I2} und u_{II} sind unabhängig von x ; wir erhalten

$$\begin{aligned} E J u_{I2} + E J u_{II} &= (1 + \nu) P h^2 y - \frac{1}{6} (2 + \nu) P y^3 \\ &= \frac{1}{6} P h^2 y \left[6 (1 + \nu) - (2 + \nu) \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Nach der elementaren Theorie ergab sich:

$$E J u_Q = \frac{2}{3} (1 + \nu) \kappa P h^2 y.$$

Der Vergleich der beiden Werte liefert

$$\kappa = \frac{6 (1 + \nu) - (2 + \nu) \left(\frac{y}{h} \right)^2}{4 (1 + \nu)}.$$

Für die Stabachse ($y = 0$) liefert dies $\kappa = \frac{3}{2}$, für die Außenkanten ($y = \pm h$) wird

$$\kappa = \frac{4 + 5 \nu}{4 (1 + \nu)} \quad (y = \pm h),$$

κ liegt also in der Nähe von eins, wie Tafel 10 zeigt.

Für den Fall der 2. Randbedingung wird sowohl u_Q als auch u_{I2} gleich Null. Es bleibt nichts anderes übrig, als u_{II} in Beziehung zu $u_{II}' = u_M$ zu setzen. Die größte Verschiebung u_M tritt für $x = l$ und $y = h$ auf

$$E J u_M = -\frac{1}{2} P l^2 h.$$

Der Größtwert von u_{II} liegt bei $y = h$ und beträgt

$$E J u_{II} = -\frac{1}{6} (2 + \nu) P h^3 = -\frac{1}{2} P l^2 h \mu$$

$$\mu = \frac{1}{3} (2 + \nu) \left(\frac{h}{l} \right)^2.$$

Für schlanke Träger ist die zusätzliche Verschiebung u_{II} gegenüber u_M belanglos, wie aus Zahlen-
tafel 11 ersichtlich ist.

Die Durchbiegungen v sind in Abb. 13 absichtlich wieder in verschiedenen Maßstab aufgetragen worden. Den Größtwert der dreieckförmigen, von der Querdehnung herrührenden v_{II}' -Linie haben wir oben bereits in Beziehung zum Größtwert der v_{II}' -Linie gesetzt (vgl. Tafel 9). Die v_{I2} -Linie stimmt für den Fall der zweiten Randbedingung mit der v_Q -Linie vollständig überein, wenn man $\kappa = \frac{3}{2}$ setzt.

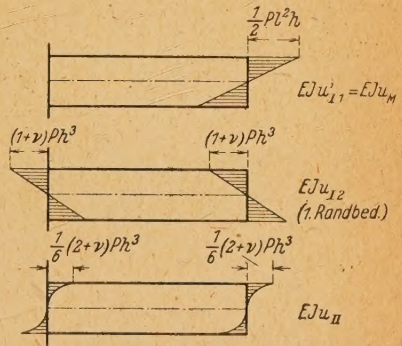


Abb. 12. Waagerechte Verschiebungen des Freitragers.

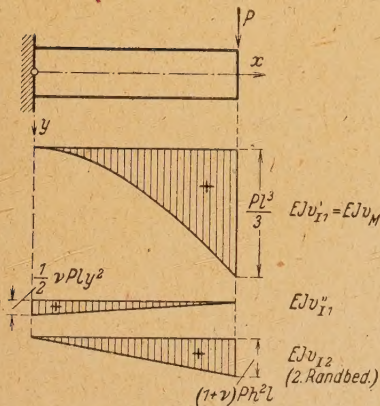


Abb. 13.

Biegelinien des Freitragers.

ν	κ
0	1,0
$\frac{1}{6}$	1,036
0,3	1,058
0,5	1,083

Tafel 10: $\kappa = \frac{4 + 5 \nu}{4 (1 + \nu)}$

worin

$\frac{h}{l}$ \ ν	0	$\frac{1}{6}$	0,3	0,5
0,05	0,0017	0,0018	0,0019	0,0021
0,10	0,0067	0,0072	0,0077	0,0083
0,15	0,0150	0,0163	0,0173	0,0188
0,20	0,0267	0,0289	0,0307	0,0333
0,25	0,0417	0,0451	0,0479	0,0521
0,30	0,0600	0,0650	0,0690	0,0750
0,35	0,0817	0,0885	0,0939	0,1021
0,40	0,1067	0,1156	0,1227	0,1333
0,45	0,1350	0,1463	0,1553	0,1688
0,50	0,1667	0,1806	0,1917	0,2083

Tafel 11: $\mu = \frac{1}{3} (2 + \nu) \left(\frac{h}{l} \right)^2$

4. Zusammenfassung.

Durch Aufspaltung und getrennte Untersuchung der einzelnen Einflüsse läßt sich eine weitgehende Uebereinstimmung der Formeln der Scheibentheorie mit denen der technischen Balkenbiegungslehre erreichen. Die technische Balkenbiegungslehre kann man also aus der Scheibentheorie durch Fortlassung bestimmter Glieder gewinnen. Für die üblichen schlanken Balken sind diese Vernachlässigungen belanglos im Hinblick auf die praktische Rechengenauigkeit sowie auf die meist nur näherungsweise mögliche Festlegung der Größe und Verteilung der Belastung. Aber auch gedrungene sowie hohe wandartige Balken können praktisch nach der Balkenbiegungslehre berechnet werden; man muß dann nur durch entsprechende Wahl der α — Werte sowie durch Einführung von Korrekturwerten μ die Vernachlässigungen wenigstens teilweise wieder ausgleichen.

Folgende Werke sind bis auf weiteres freibleibend lieferbar:

Baufach-Archiv

Heft 1

v. Rothe, T., Dipl.-Ing., Zeitgemäße Fragen aus dem neueren Schrifttum des Ingenieurbaues. — Hörnlmann, F., Dipl.-Ing., Kolbenlose Pressen (Druckkissen) im Bauwesen. — Weber, H., Dr.-Ing., Grundsätzliches zur Frage der Grundwasserabsenkung. — Schöttgen, J., Dr.-Ing., Einfluß der Verdrehungssteifigkeit der Hauptträger auf die Lastverteilung beim Trägerrost nach Rechnung und Versuch. — Spitzner, P., Dipl.-Ing., Störungsfreie Kaminkopfausbildung. Gr. 8°. 49 S. mit 52 Textabb. 1947 Geheftet 6,—

Heft 2

Paxmann, W., Ministerialrat i. R., Erfahrungen eines Wasserbauers. Nach einem hinterlassenen Manuskript „Mein dienstlicher Lebenslauf“ des Dr.-Ing. h. c. W. Zander, Honorarprofessor an der T.H. (Hannover, Strombaudirektor a. D. — Marquardt, E., Prof. Dr.-Ing., Die Abwasserreinigung und die sich dabei abspielenden stofflichen Vorgänge. — Press, H., Dr.-Ing., Ueber die Druckverteilung im Boden hinter Wänden verschiedener Art. Mit Ergebnissen eigener Versuche. Gr. 8°. 54 S. mit 53 Textabb. 1948 Geheftet 6,40

Heft 3

Geleitwort. — Volk, J., Widmung zum 20jährigen Bestehen der Degebo. — Agatz, A., Prof. Dr.-Ing. und Lackner, E., Dr.-Ing., Bremen, Noch offene Probleme auf dem Gebiete des Grundbaues. — Muhs, H., Dr.-Ing., Berlin, Arbeiten der Degebo in den Jahren 1933—1948. — Lorenz, H., Prof. Dr.-Ing., Berlin, Anwendung des seismischen Bodenuntersuchungsverfahrens bei einem Talsperrenbau. — Brennecke, E., Prof. Dr. und Ansoerge, K., Dipl.-Ing., Berlin, Meßtechnische Grundlagen bei Setzungsmessungen an großen Bauwerken. — Förtsch, O., Dr. phil., Göttingen und Muhs, H., Dr.-Ing., Berlin, Untersuchungen an einem fehlerhaften Kompressorfundament. — Ramspeck, A., Dr. phil. und Schulze, G.-A., Dr. phil., Göttingen, Schwingungsuntersuchungen an einfachen Mauerwerkskörpern und Gebäuden. — Hertwig, A., Prof. Dr.-Ing. e. h., Berlin, Das technische Experiment in der Bodenmechanik. Gr. 8°. 74 S. mit 76 Textabb. 1949 Geheftet 7,20

Heft 4

Wittmann, H., Prof. Dr.-Ing., Karlsruhe, Tulla, Honseff, Rehbock, Lebensbilder dreier Wasserbauingenieure am Oberrhein. — Ohlig, R., Dr.-Ing., Wiesbaden, Berechnung und Bau von Plattenbrücken. Gr. 8°. 73 S. mit 3 Bildnissen u. 22 Textabb. 1949 Geheftet 7,50

Zu beziehen durch jede wissenschaftliche Buchhandlung

Folgende Werke sind bis auf weiteres freibleibend lieferbar:

- Anger, Zehnteilige Einflußlinien für durchlaufende Träger. 6., verbesserte Aufl.
Bd. II: Tabellen der Momente, Querkräfte und Auflagerkräfte.
DIN A 5. VIII, 150 S. mit 18 Textabb. 1948. Geheftet 15,—
7., verbesserte Aufl. Bd. III: Ordinaten der Einflußlinien und Momentenkurven
durchlaufender Träger von 2 bis 4 Feldern.
DIN A 5. XII, 175 S. mit 34 Textabb. 1949. Geheftet 12,—
- Boerner, Statische Tabellen. Amtliche Vorschriften. Belastungsangaben und Formeln
zur Aufstellung von Berechnungen für Baukonstruktionen. 13., nach den neuesten
Bestimmungen umgearbeitete Aufl.
DIN A 5. XII, 482 S. mit 548 Textabb. 1948. Geheftet 15,—
- Brennecke/Lohmeyer, Der Grundbau.
Band I, Teil 1: Baugrund. 6., neubearbeitete Aufl.
Gr. 8°. VII, 253 S. mit 165 Textabb. 1948. Geheftet 18,—
- Drechsel, Der Baustoff Beton. Grundlagen und Beiträge zur Steigerung der Güte,
DIN A 5. IV, 76 S. mit 77 Textabb. u. 6 Tafeln. 1948. Geheftet 6,—
- Fonrobert, Grundzüge des Holzbaues im Hochbau. Ein Leitfaden für Studium
und Praxis. 5., völlig neubearbeitete Aufl.
DIN A 5. XX, 266 S. (einschließl. Stichwörterverzeichnis) mit 289 Textabb., 10 Bild-
und Zahlentafeln und 107 Zahlenbeispielen. 1948. Geheftet 9,—
- Holzbau-Taschenbuch. 3., neubearbeitete Aufl. Unter Mitwirkung angesehenen Fach-
leute herausgegeben von Dipl.-Ing. Reg.-Baurat a. D. Robert von Hałas z.
Kl. 8°. VIII, 336 S. mit 463 Textabb. 1948. Geheftet 13,—
Altpapierabgabe: 2 kg.
- Kögler/Scheidig, Baugrund und Bauwerk. 5., durchgesehene u. verbesserte Aufl.
Gr. 8°. VIII, 275 S. mit 298 Textabb. u. 2 Tafeln. 1948. Geheftet 18,—

Demnächst erscheinen:

- Anger, Zehnteilige Einflußlinien für durchlaufende Träger. 6., erweiterte Aufl.
Band I: Formeln zur raschen und genauen Berechnung von durchlaufenden Trägern
bei beliebiger Felderzahl, beliebigen Stützweiten, beliebiger Belastung und jeder Art
von Auflagerbedingung über den Endstützen.
DIN A 5. Etwa VIII, 210 S. mit 270 Textabb. 1949.
- Löser, Bemessungsverfahren, Zahlentafeln und Zahlenbeispiele zu den Deutschen
Stahlbetonbestimmungen vom März 1943. 11., überarbeitete Aufl. mit einem Anhang.
Gr. 8°. Rd. 300 S. mit rd. 304 Textabb. 1949.
Altpapierabgabe: 2,5 kg.
- Schaper, Einiges über Mauerwerk, Widerlager, Pfeiler und die Gestaltung von
steinernen und stählernen Brücken. 4., durchgesehene Aufl.
Gr. 8°. Mit 306 Textabb.